

Titre: Génération de facteurs de réponse pour champs de puits
Title: géothermiques verticaux

Auteur: Farah Sheriff
Author:

Date: 2007

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Sheriff, F. (2007). Génération de facteurs de réponse pour champs de puits
Citation: géothermiques verticaux [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7949/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7949/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

GÉNÉRATION DE FACTEURS DE RÉPONSE POUR CHAMPS DE PUIT
GÉOTHERMIQUES VERTICAUX

FARAH SHERIFF
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
AVRIL 2007



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-29256-3

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-29256-3

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

GÉNÉRATION DE FACTEURS DE RÉPONSE POUR CHAMPS DE PUIITS
GÉOTHERMIQUES VERTICAUX

présenté par : SHERIFF Farah

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. CHAPUIS Robert, D.Sc.A., président

M. BERNIER Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LAMARCHE Louis, D.Sc.A., membre

DÉDICACE

*À François, car il est fort,
et à notre petit trésor...*

REMERCIEMENTS

Ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien de mon entourage. Faire des études supérieures tout en travaillant à temps plein n'a pas été un projet facile pour moi et pour ceux qui m'ont conseillé, supporté et encouragé durant deux ans et demi.

Un merci particulier au professeur Michel Bernier pour ses précieux conseils et pour m'avoir guidé de façon irréprochable. Sa flexibilité et sa compréhension à mon égard ont été appréciées à chaque instant.

Merci à Ressources naturelles Canada pour la contribution financière, et merci plus particulièrement à Gregory Leng pour sa patience, sa compréhension et sa flexibilité par rapport à mon horaire variable.

Un énorme merci à François qui m'a soutenu autant techniquement, psychologiquement que physiquement. Je suis très reconnaissante envers lui et tous mes proches qui ont su me motiver et m'aider tout au long de ce cheminement.

RÉSUMÉ

La prédiction du transfert thermique dans les champs de puits verticaux de systèmes géothermiques est importante puisqu'elle permet un bon dimensionnement de ces systèmes. Les méthodes de calcul existantes ont plusieurs lacunes notamment quant au nombre restreint de configurations et d'applications. Elles sont également limitées quant aux types de résultats qu'elles peuvent générer. Une nouvelle méthode est proposée dans le cadre de ce travail permettant de prédire le transfert thermique de puits géothermiques verticaux avec plus de flexibilité que les méthodes disponibles.

Cette méthode permet de calculer la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi d'un puits à l'aide d'une solution analytique et de l'agrégation de charges multiples. Cette méthode permet de générer des facteurs de réponse (« g-functions ») et d'effectuer des simulations horaires pour des configurations géométriques de champs non-standards et pour des taux de transfert thermique qui varient d'un puits à l'autre. Cette méthode permet également de déterminer la distribution de température résultante dans le champ de puits.

La méthode proposée se compare très bien avec plusieurs méthodes déjà implantées et plus particulièrement aux méthodes les plus couramment utilisées, telles que celle de Eskilson (1987) et le modèle DST de TRNSYS (Klein, et *al.*, 2004).

ABSTRACT

Heat transfer prediction in vertical ground heat exchangers is important for adequate sizing of these systems. Existing calculations methods are limited by the number of configurations and applications they can handle and by the type of results they can produce. In this study, a new method is proposed that allows vertical ground heat exchangers heat transfer prediction with more flexibility.

The difference between the undisturbed ground temperature and the borehole wall temperature is calculated with this method using an analytical solution combined to multiple load aggregation technique. It can generate response factors (« g-functions ») and perform hourly simulations for non-conventional field configurations and for unequal heat transfer rates from one well to another. This method can also determine the resulting temperature distribution in the bore field.

The proposed method produces results that compare favorably well with existing methods, especially those that are mostly used such as the one developed by Eskilson (1987) and the DST model included in TRNSYS (Klein, et *al.*, 2004).

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ.....	vi
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES.....	xii
LISTE DES ANNEXES.....	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	xvi
INTRODUCTION.....	1
0.1 Généralités	1
0.2 Modélisation de l'échange de chaleur dans le sol	2
0.3 Superposition temporelle	4
0.4 Objectifs de cette étude	4
0.5 Organisation de ce mémoire.....	5
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	6
1.1 Introduction.....	6
1.2 Méthode de la source linéique infinie	7
1.3 Méthode de la source cylindrique	10
1.3.1 Méthode de la source cylindrique avec condition frontière de taux de transfert de chaleur constant.....	11
1.3.2 Méthode de la source cylindrique avec condition frontière de température constante à la paroi du puits	13
1.4 Travaux de Eskilson	14
1.5 Travaux de Yavuzturk et Spitler.....	24
1.6 Travaux du groupe de recherche de Bernier	28
1.6.1 Travaux de Bernier.....	28
1.6.2 Travaux de Pinel	29

1.6.3	Travaux de Chahla.....	29
1.7	Modèle DST dans TRNSYS	30
1.8	Travaux de Zeng, Diao et Fang	32
1.9	Travaux de Sutton et <i>al.</i>	38
1.10	Travaux de Lamarche.....	42
1.11	Superposition temporelle	45
1.12	Agrégation de charges.....	47
1.13	Agrégation de charges multiples	49
CHAPITRE 2 DESCRIPTION DU MODÈLE		52
2.1	Mise en contexte	52
2.2	Méthodologie	53
2.2.1	Taux de transfert de chaleur constant.....	53
2.2.2	Taux de transfert de chaleur variable.....	58
2.2.3	Distribution de température	61
2.3	Implémentation de la méthodologie en code FORTRAN et EES.....	64
CHAPITRE 3 RÉSULTATS ET VALIDATION DU MODÈLE PROPOSÉ		66
3.1	Introduction.....	66
3.2	Comparaison avec les modèles de sources linéique et cylindrique infinies	67
3.3	Comparaison avec les résultats de Eskilson	71
3.4	Validation de la température de chacun des puits	77
3.5	Distribution de température en régime permanent pour des champs ayant des charges constantes mais différentes pour chaque puits	81
3.6	Comparaison avec la superposition temporelle classique pour une simulation horaire d'un an.....	84
3.7	Comparaison avec le modèle DST et le modèle de Pinel pour une simulation horaire d'un an.....	87
3.8	Simulation horaire d'un an pour un champ de 32 puits ayant des charges non identiques pour chacun des puits.....	90

3.9	Temps de calcul.....	92
CHAPITRE 4 EXEMPLES D'APPLICATIONS DE LA MÉTHODE PROPOSÉE.		94
4.1	Introduction	94
4.2	Exemple d'un champ ayant une configuration non standard.....	94
4.3	Exemple d'un champ où la charge n'est pas identique pour chacun des puits.....	97
4.4	Exemple de calcul de la température du fluide caloporteur à la sortie de chacun des puits d'un champ de 3 puits	102
CONCLUSION.....		106
RÉFÉRENCES.....		111
ANNEXES		115

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Évolution de l'algorithme d'agrégation multiple.....	60
Tableau 2.2 Paramètres utilisés en rapport avec la Figure 2.3	62
Tableau 3.1 Paramètres utilisés pour la comparaison avec la SLI et la SCI	67
Tableau 3.2 Écart entre la méthode proposée (SLF) et les « g-fonctions » de Eskilson.....	75
Tableau 3.3 Paramètres utilisés pour la validation de la température de chacun des puits.....	78
Tableau 3.4 Paramètres utilisés pour la simulation horaire d'un champ de 100 puits.....	88
Tableau 4.1 Paramètres utilisés pour la simulation d'un champ où la charge n'est pas identique pour chaque puits.....	98
Tableau 4.2 Paramètres utilisés pour la simulation d'un champ où la charge n'est pas identique pour chaque puits.....	103

LISTE DES FIGURES

Figure 0.1	Système de pompes à chaleur géothermiques en boucle fermée ...	2
Figure 0.2	Représentation des paramètres utilisés par Eskilson pour les « g-fonctions »	3
Figure 1.1	Définition de la différence de température θ	6
Figure 1.3	Géométrie de la source cylindrique	11
Figure 1.4	« g-function » pour un champ de 6 puits (2x3)	17
Figure 1.5	« g-fonctions » pour courts pas de temps jumelés aux « g-fonctions » pour longs pas de temps.....	25
Figure 1.6	Représentation simplifiée du modèle numérique à volumes finis à deux dimensions développé par Yavuzturk.....	26
Figure 1.7	Géométrie utilisée dans le modèle DST de TRNSYS – Puits munis de tubes en « U »	31
Figure 1.8	Géométrie utilisée dans le modèle DST de TRNSYS – Tubes concentriques.....	31
Figure 1.9	Géométrie de la source linéique finie.....	33
Figure 1.10	Variation de la différence de température en fonction de la profondeur du puits pour 3 rayons de puits différents	37
Figure 1.11	Échangeur de chaleur vertical situé dans un sol stratifié comportant 4 couches.....	39
Figure 1.12	Représentation des rayons et résistances thermiques du puits, du coulis et du sol	40
Figure 1.13	Exemple de superposition temporelle pour une charge variable durant 3 heures	46
Figure 1.14	Représentation de l'agrégation des charges	49
Figure 2.1	Calcul de la température à la paroi du puits #5 dans un champ de 6 puits	56
Figure 2.2	Organigramme de la procédure à suivre pour le calcul de θ pour un champ comportant plusieurs puits.....	57

Figure 2.3	Distribution de température (dimensionnelle) en régime permanent pour un champ de 100 puits (10x10) ayant un ratio $B/H=0,1$	63
Figure 2.4	Entrées et sorties du progiciel FORTRAN	65
Figure 3.1	θ calculé selon la méthode de la source linéique finie (SLF), la source linéique infinie (SLI) et la source cylindrique infinie (SCI) ainsi que la différence (Δ) entre ces 3 méthodes.....	68
Figure 3.2	Vue agrandie de la Figure 3.1	70
Figure 3.3	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un seul puits	72
Figure 3.4	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 2 puits (2x1)	72
Figure 3.5	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 3 puits (3x1)	73
Figure 3.6	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 32 puits (8x4)	73
Figure 3.7	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 100 puits (10x10)	74
Figure 3.8	Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 32 puits (8x4) avec B/H égal à 0,2, 0,4 et 0,8	76
Figure 3.9	Distribution de température pour un champ de 6 puits (2x3)	79
Figure 3.10	Distribution de température pour un champ de 2 puits (2x1)	81
Figure 3.11	Distribution de température pour un champ de 3 puits (3x1)	82
Figure 3.12	Distribution de température pour un champ de 32 puits (8x4)	82
Figure 3.13	Distribution de température pour un champ de 100 puits (10x10)	83
Figure 3.14	θ calculé selon la méthode proposée pour un profil de charges symétrique ainsi que la différence (Δ) entre la méthode proposée et la superposition temporelle classique	85

Figure 3.15	θ calculé selon la méthode proposée pour un profil de charges asymétrique ainsi que la différence (Δ) entre la méthode proposée et la superposition temporelle classique	86
Figure 3.16	θ calculé selon le modèle proposé ainsi que la différence (Δ) entre le modèle proposé, le modèle DST et le modèle développé par Pinel ...	89
Figure 3.17	θ calculé selon le modèle proposé pour un profil de charges asymétrique dont l'amplitude est différente pour chaque puits.....	91
Figure 3.18	Distribution de température après un an pour un champ de 32 puits (8x4) dont l'amplitude de la charge est différente pour chaque puits	92
Figure 4.1	Schéma d'un champ ayant une configuration non-standard (les diamètres des puits et des tuyaux ne sont pas à l'échelle sur cette figure)	95
Figure 4.2	Distribution de température d'un champ ayant une configuration non-standard	96
Figure 4.3	Évolution de la charge thermique au sol pour chacun des puits externes du champ.....	99
Figure 4.4	Évolution de T_{out} pour chacun des 3 puits du champ avec $Q_{central}$ égal à 0	100
Figure 4.5	Évolution de T_{out} pour les 2 puits aux extrémités du champ avec $Q_{central}$ différent de 0	101

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A SUPERPOSITION SPATIALE.....	115
ANNEXE B FONCTION D'ERREUR COMPLÉMENTAIRE $\text{ERFC}(X)$	116
ANNEXE C PROFILS DE CHARGES THERMIQUES AU SOL UTILISÉS POUR LES SIMULATIONS.....	118
ANNEXE D CHARGES UTILISÉES POUR LES SIMULATIONS.....	121
ANNEXE E VÉRIFICATION DE L'IMPACT DE LA VARIATION DE LA PROFONDEUR D SUR LA RÉSPONSE EN TEMPÉRATURE.....	123
ANNEXE F COMPARAISON DES RÉSULTATS DE ESKILSON AVEC CEUX DE LA SCI AYANT UNE TEMPÉRATURE CONSTANTE COMME CONDITION FRONTIÈRE.....	126

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

α	diffusivité thermique du sol (m^2/s)
α	gradient géothermique ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$)
B	distance entre deux puits (m)
β	rayon adimensionnel du puits ($\beta=r/H$)
C_p	chaleur spécifique du fluide ($\text{kJ}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)
d	diamètre du puits (m)
d_p	profondeur de pénétration de la température ambiante (m)
D	profondeur isolée thermiquement (m)
D	diamètre (m)
F_o	nombre de Fourier
h	coefficient de convection ($\text{m}^2\cdot^{\circ}\text{C}/\text{W}$)
H	profondeur du puits (m)
H'	profondeur adimensionnelle (h/H)
k	conductivité thermique du sol ($\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$)
\dot{m}	débit massique du fluide (kg/s)
n_b	nombre de puits dans le champ
N_h	nombre d'heures de l'historique thermique récent (h)
N_d	nombre d'heures de la période « quotidienne » (h)
N_w	nombre d'heures de la période « hebdomadaire » (h)
N_m	nombre d'heures de la période « mensuelle » (h)
N_y	nombre d'heures de la période « annuelle » (h)
p	rapport entre le rayon où la température est calculée (r) par rapport au rayon du puits (r_b)
Q	taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)
r	distance à partir du centre du puits (m)
r_b	rayon du puits (m)

R	rayon adimensionnel (r/H)
R	résistance thermique ($^{\circ}\text{C}/\text{W}\cdot\text{m}$)
ρ	densité (kg/m^3)
t	temps (s)
t_s	temps caractéristique où il y a une transition entre le régime transitoire et le régime permanent (s)
T	température du sol à une distance r du centre du puits ($^{\circ}\text{C}$)
T_b	température à la paroi du puits ($^{\circ}\text{C}$)
T_{in}	température du fluide caloporteur à l'entrée du puits ($^{\circ}\text{C}$)
$T_{in,PAC}$	température du fluide caloporteur à l'entrée de la pompe à chaleur ($^{\circ}\text{C}$)
T_{moy}	température moyenne du fluide caloporteur ($^{\circ}\text{C}$)
T_{out}	température du fluide caloporteur à la sortie du puits ($^{\circ}\text{C}$)
$T_{out,PAC}$	température du fluide caloporteur à la sortie de la pompe à chaleur ($^{\circ}\text{C}$)
T_0	température du sol non perturbé ($^{\circ}\text{C}$)
T_p	pénalité de température ($^{\circ}\text{C}$)
θ	différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits de façon dimensionnelle ($^{\circ}\text{C}$)
Θ	différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits de façon adimensionnelle
V_f	débit de pompage du fluide dans le tuyau (m^3/s)
z	coordonnée verticale (m)
Z	coordonnée verticale adimensionnelle (z/H)
AACM	algorithme d'agrégation de charges multiples (Multiple Load Aggregation Algorithm – MLAA)
MLBDA	multi-layer borefield design algorithm
PAC	pompe à chaleur
SLI	source linéique infinie
SCI	source cylindrique infinie
SLF	source linéique finie

INTRODUCTION

0.1 Généralités

Le système de pompes à chaleur géothermique qui fait l'objet de la présente étude est présenté à la Figure 0.1. Il s'agit d'un système de pompe à chaleur géothermique à puits verticaux en boucle fermée. Le fonctionnement de ce système est relativement simple. Un fluide caloporteur est pompé à travers une série de puits verticaux, dont l'ensemble forme l'échangeur géothermique, où la chaleur est puisée (ou rejetée) entraînant une augmentation (ou une diminution) de la température de ce fluide.

Les puits verticaux sont typiquement constitués de tuyaux en polyéthylène haute densité (PEHD) placés dans des puits forés d'un diamètre d'environ 15 cm. La profondeur des puits varie d'une installation à l'autre, mais est généralement de l'ordre de 50 à 150 m. Tel que montré sur la coupe transversale de la Figure 0.1, en plus du tuyau, les puits sont généralement remplis d'un coulis (sable de silice ou bentonite) assurant ainsi un bon transfert de chaleur entre le fluide circulant dans les tuyaux et le sol.

Après son passage dans l'échangeur géothermique, le fluide retourne dans le bâtiment où une ou plusieurs pompes à chaleur récupèrent (ou rejettent) la chaleur dans la boucle.

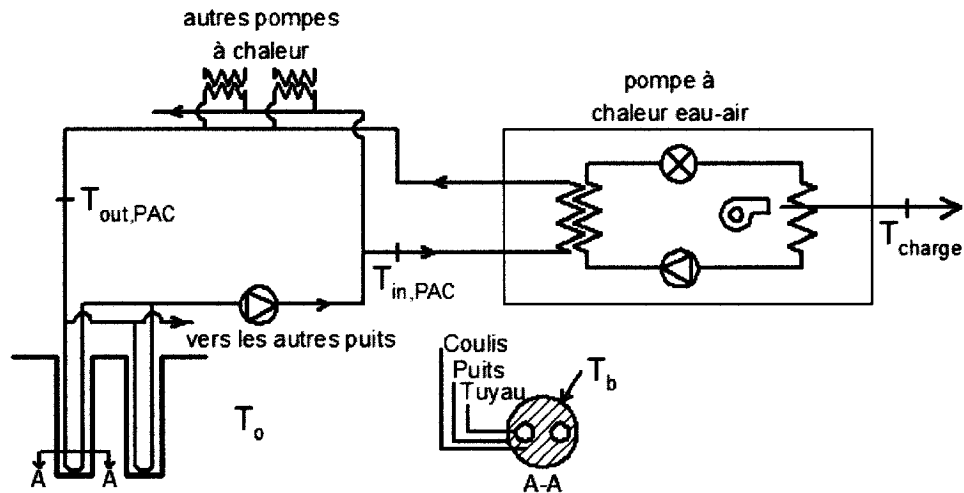


Figure 0.1 Système de pompes à chaleur géothermiques en boucle fermée

Les puits verticaux constituent généralement l'élément le plus coûteux du système. Ce coût est proportionnel à la longueur de l'échangeur. C'est pourquoi il est primordial de bien dimensionner les puits. Il faut donc prédire le transfert thermique dans le champ de puits le plus précisément possible afin de le dimensionner adéquatement.

0.2 Modélisation de l'échange de chaleur dans le sol

Il existe plusieurs méthodes permettant de prédire le transfert thermique dans le sol pour un champ de puits verticaux. Ces méthodes sont passées en revue au chapitre 1. Eskilson (1987) est à l'origine d'une de ces méthodes qui génère des facteurs de réponse appelés « g-fonctions » en régime transitoire.

Connaissant la conductivité et la diffusivité thermique du sol, les facteurs de réponse permettent de trouver la température à la paroi des puits (T_b sur la Figure 0.1) pour une sollicitation thermique donnée en fonction de trois paramètres adimensionnels. Ces trois paramètres, présentés à la Figure 0.2,

sont le rapport entre le rayon et la profondeur des puits (r_b/H), le rapport entre la distance entre les puits et la profondeur des puits (B/H) et un nombre adimensionnel faisant intervenir le temps (t/t_s)

Les « g-fonctions » de Eskilson souffrent de deux lacunes. Premièrement, ces facteurs de réponse ne s'appliquent que pour le cas où le taux de transfert thermique est le même pour chaque puits. La deuxième lacune est associée au nombre restreint de configurations dont on possède les facteurs de réponse (essentiellement des champs de puits rectangulaires ou en ligne).

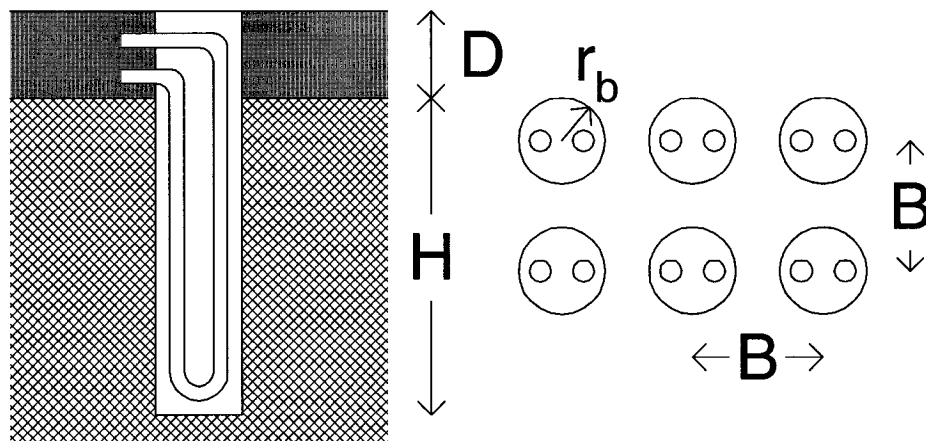


Figure 0.2 Représentation des paramètres utilisés par Eskilson pour les « g-fonctions »

Outre la solution numérique de Eskilson, il existe une solution analytique au problème de transfert thermique transitoire d'une source linéique finie dans un milieu semi-infini (Zeng et *al.*, 2002). Cette géométrie s'apparente à celle d'un puits géothermique. Il est donc possible d'utiliser cette solution analytique pour générer les « g-fonctions » tout comme Eskilson l'avait fait à l'aide d'une solution numérique.

0.3 Superposition temporelle

Afin de pouvoir simuler des charges thermiques variant dans le temps, la superposition temporelle doit être utilisée. La superposition temporelle classique où les charges thermiques horaires sont additionnées et soustraites à chaque pas de temps demande d'importants temps de calcul lorsque des simulations annuelles sont réalisées. Afin de réduire le temps de simulation par rapport à la superposition temporelle classique, un algorithme d'agrégation de charges peut être utilisé. Cette technique est basée sur l'hypothèse que plus une charge thermique a eu lieu dans le passé moins elle a d'impact sur le calcul au temps présent. Pinel (2003) et Bernier et *al.* (2004) proposent une méthode qui permet d'effectuer ces calculs à l'aide d'un algorithme d'agrégation de charges multiples (Multiple Load Aggregation Algorithm – MLAA).

0.4 Objectifs de cette étude

L'objectif premier de cette étude est de développer une méthode pour générer des facteurs de réponse (« g-functions ») pour un champ de puits verticaux à l'aide de la solution analytique de la source linéique finie et de la superposition temporelle. Cette méthode s'applique pour des configurations géométriques de champs non-standards et pour des taux de transfert thermique qui varient d'un puits à l'autre.

Ce travail vise également à déterminer la distribution de température résultante dans le champ de puits.

La méthodologie est implantée dans un code informatique. Ce dernier est compatible avec les logiciels de simulation de puits géothermiques développés par d'autres membres du groupe de recherche du Professeur Bernier sous EES

(Klein, 2006) et facilement implantable dans le progiciel TRNSYS (Klein et *al.*, 2004).

0.5 Organisation de ce mémoire

Ce travail est divisé en 4 chapitres. Premièrement, une revue de la littérature est présentée au chapitre 1 et permet de mettre en contexte les différentes méthodes de calcul du transfert thermique dans un champ géothermique. Le second chapitre décrit la méthodologie utilisée pour calculer les facteurs de réponse avec la solution analytique. Au chapitre 3, la validation des résultats obtenus avec la méthode proposée est présentée. Finalement, le quatrième chapitre présente des exemples d'application.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Les méthodes permettant de modéliser les échangeurs géothermiques n'ont pas cessé d'évoluer depuis que l'idée d'exploiter le sol comme source et/ou puits de chaleur a été émise au début du 20^{ème} siècle. Les sections 1.2 à 1.10 présentent les principaux travaux effectués en ce qui a trait à la modélisation des échangeurs géothermiques ainsi qu'à la superposition spatiale. Les sections 1.11 à 1.13 résument les études portant sur la superposition temporelle des charges thermiques variant dans le temps.

Dans le cadre de ce mémoire, la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits est définie par θ (voir Figure 1.1). Lorsqu'on y fait référence dans un calcul adimensionnel, θ est en majuscule : Θ . De plus, Q est positif lorsque la chaleur est puisée dans le sol et négatif lorsque la chaleur est rejetée dans le sol.

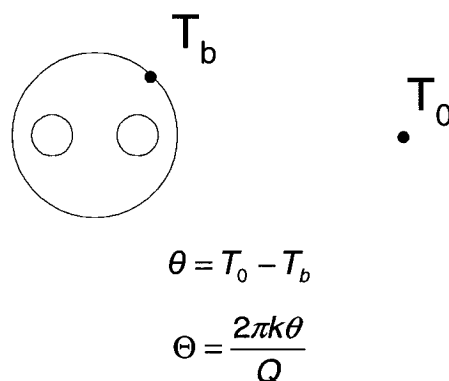


Figure 1.1 Définition de la différence de température θ

1.2 Méthode de la source linéique infinie

Ingersoll et Plass (1948) et Bose et *al.* (1985) utilisent la méthode de la source linéique infinie, introduite par Lord Kelvin en 1882, pour prédire le profil de température radial au voisinage d'une source linéique de longueur infinie située dans un milieu homogène dans laquelle est puisée (ou rejetée) une quantité constante de chaleur par unité de longueur.

En utilisant cette méthode avec des puits géothermiques on suppose donc que le puits est assez profond pour être considéré comme étant de longueur infinie et que le taux de transfert de chaleur est uniforme sur toute la longueur du puits (voir Figure 1.2).

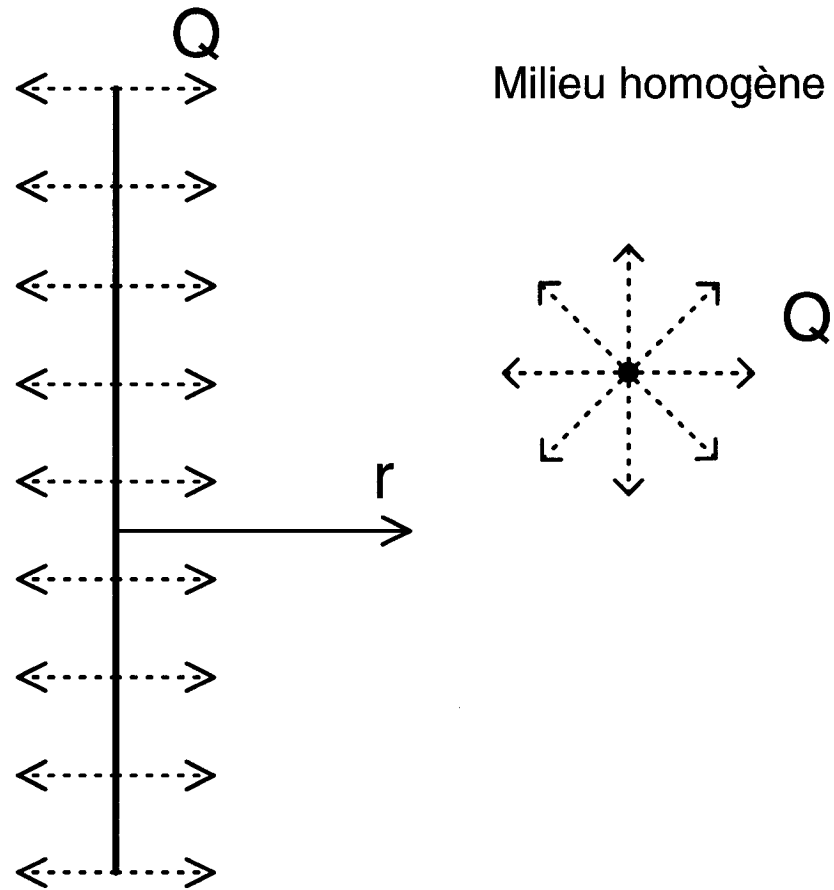


Figure 1.2 Géométrie de la source linéique infinie

Selon la méthode de la source linéique infinie, la différence entre la température du sol non perturbé et la température d'un point situé à une distance r est donnée par :

$$\begin{aligned}\theta_{SLI} = T_0 - T &= \frac{Q}{2\pi k} \int_{\frac{r}{2\sqrt{at}}}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2}}{\beta} d\beta \\ &= \frac{Q}{2\pi k} I(X)\end{aligned}\tag{1.1}$$

où

$$X = \frac{r}{2\sqrt{\alpha t}}$$

θ_{SLI} est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits calculée avec la méthode de la source linéique infinie (SLI) (°C)

T est la température du sol à une distance r du centre du puits (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

Q est le taux de transfert thermique par unité de longueur (W/m)

r est la distance à partir du centre du puits (m)

k est la conductivité thermique du sol (W/m·°C)

α est la diffusivité thermique du sol (m²/s)

t est le temps (s)

β est la variable d'intégration

Les valeurs de $I(X)$ ont été pré calculées et sont généralement présentées sous forme de tableaux ou de graphiques (Ingersoll et Plass 1948, Bose, et *al.* 1985).

Il est également possible d'utiliser l'approximation suivante :

$$\theta_{SLI} = T_0 - T = \frac{Q}{4\pi k} E_1\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \quad (1.2)$$

où

E_1 est l'intégrale exponentielle (Wikipedia, 2007)

Ingersoll et *al.* (1954) ont démontré que la méthode de la source linéique infinie donne des résultats qui diffèrent de moins de 2% de ceux obtenus avec la méthode de la source cylindrique, considérée comme étant plus précise, pour des valeurs de $\alpha t/r^2 > 20$. Il sera question de cette comparaison à la section 3.2.

Cette méthode peut être appliquée pour des configurations comportant un ou plusieurs puits, horizontaux ou verticaux. Le principe de superposition spatiale, décrit à l'annexe A, est alors utilisé pour évaluer le profil de température dans les cas où il y a plusieurs puits.

La méthode de la source linéique infinie présente plusieurs inconvénients :

- Elle ne peut pas être utilisée pour des simulations horaires; son domaine de validité commençant typiquement après un jour d'opération ($t > 20r^2/\alpha$).
- Elle ne peut pas être utilisée pour prédire la température du sol pour des points situés à une grande distance de la source linéique ($r < \sqrt{\alpha t/20}$). Cette contrainte empêche l'utilisation de la superposition spatiale pour des puits dont l'espacement est grand.
- Elle ne tient pas compte des effets aux extrémités des puits. La conduction de la chaleur est considérée comme s'effectuant de façon radiale uniquement. Cette hypothèse est valide pour de courts laps de temps (mais tout de même supérieurs à une journée) mais lorsque le puits est analysé sur une longue période, cette méthode produit des résultats moins précis surtout pour des puits peu profonds, qui sont affectés par la partie supérieure (surface).
- Il est impossible de faire passer de l'énergie (de la chaleur dans ce cas-ci) dans une ligne sans épaisseur; la différence de température devenant infinie lorsque r tend vers 0. C'est pourquoi la méthode de la source cylindrique décrite ci-dessous est plus réaliste.

1.3 Méthode de la source cylindrique

La méthode de la source cylindrique permet de prédire la température radiale au voisinage d'une source cylindrique de longueur infinie située dans un milieu

homogène dans lequel est puisée (ou rejetée) une quantité constante de chaleur par unité de longueur dans le sol (voir Figure 1.3).

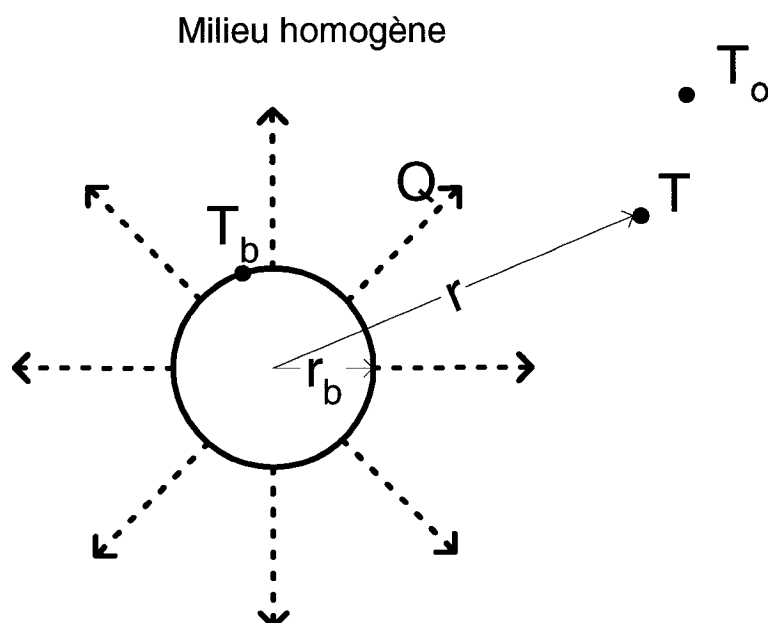


Figure 1.3 Géométrie de la source cylindrique

Deux équations différentes pour décrire la source cylindrique sont présentées dans la littérature. Dans la première équation, le taux de transfert de chaleur est considéré comme étant constant, alors que dans la deuxième, la température à la paroi du puits est considérée comme étant constante. Ces deux équations sont présentées dans les sections ci-dessous.

1.3.1 Méthode de la source cylindrique avec condition frontière de taux de transfert de chaleur constant

La méthode de la source cylindrique avec condition frontière de taux de transfert de chaleur constant, introduite par Carslaw et Jaeger (1947) et Ingersoll (1950, 1954) puis revisitée par Deerman et Kavanaugh (1991) et Bernier (2001), est la

plus utilisée. Avec cette méthode, la différence entre la température du sol non perturbé et la température d'un point situé à une distance r est donnée par :

$$\theta_{SCI (Q=cst)} = T_0 - T = Q \frac{G(F_o, p)}{k} \quad (1.3)$$

où

$\theta_{SCI (Q=cst)}$ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits calculée avec la méthode de la source cylindrique infinie (SCI) avec condition frontière de taux de transfert de chaleur constant (°C)

T est la température du sol à une distance r du centre du puits (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

p est le rapport r/r_b entre le rayon où la température est calculée (r) et le rayon du puits (r_b)

F_o est le nombre de Fourier ($=4\alpha t/d^2$)

k est la conductivité thermique du sol (W/m·°C)

α est la diffusivité thermique du sol (m²/s)

t est le temps (s)

d est le diamètre du puits (m) ($=2r_b$)

$G(F_o, p)$ est donné par :

$$G(F_o, p) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty f(\beta) d\beta \quad (1.4)$$

$$f(\beta) = \frac{e^{-(\beta^2 F_o)} - 1 [J_0(p\beta)Y_1(\beta) - J_1(\beta)Y_0(p\beta)]}{\beta^2 (J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta))} \quad (1.5)$$

où

β est la variable d'intégration

J_0 , J_1 , Y_0 et Y_1 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1.

Les valeurs de $G(F_o, p)$ ont été pré calculées et sont généralement disponibles sous forme de tableau ou d'équations obtenues à l'aide de lissage de courbes (Bernier, 2001) pour des valeurs de p de 1, 2, 5 et 10.

Cette méthode a l'avantage de produire des résultats plus précis que ceux obtenus avec la source linéique infinie pour des valeurs de $\alpha t/r^2 > 20$. En effet, cette méthode est préférée à la méthode de la source linéique infinie pour des diamètres de tuyaux plus grands et pour des durées d'opération plus courtes. Ces deux méthodes ne sont toutefois pas valides pour des durées d'opération de plus de 180 jours ($\alpha t/r^2 > 10^4$), tel que démontré à la section 3.2.

1.3.2 Méthode de la source cylindrique avec condition frontière de température constante à la paroi du puits

La méthode de la source cylindrique avec condition frontière de température constante à la paroi du puits est introduite par Ingersoll et *al.* (1950). Ils présentent une relation entre le taux de transfert de chaleur Q et la différence de température θ basée sur la méthode de la source cylindrique infinie :

$$Q = k\theta_{SCI(T=cst)} F(z) \quad (1.6)$$

où

$\theta_{SCI(T=cst)}$ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits calculée avec la méthode de la source cylindrique infinie (SCI) avec condition frontière de température constante à la paroi du puits (°C)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

k est la conductivité thermique du sol (W/m·°C)

$z = \alpha t/r^2$

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

t est le temps (s)

r est le rayon où la température est calculée (m)

$F(z)$ est donné par :

$$F(z) = \frac{8}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(z\beta^2)}}{J_0^2(\beta) + Y_0^2(\beta)} \frac{d\beta}{\beta} \quad (1.7)$$

où

β est la variable d'intégration

J_0 , et Y_0 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0.

Les valeurs de $F(z)$ ont été pré calculées et sont disponibles sous forme de tableau (Ingersoll et *al.* 1950).

Ingersoll et *al.* précisent que la méthode de la source cylindrique avec un taux de transfert de chaleur constant est la solution exacte. Cependant, ils ne donnent aucune indication quant à la précision de la relation donnée pour une température constante à la paroi du puits.

À titre de référence, l'annexe F présente une comparaison entre les résultats obtenus par Eskilson (1987) et ceux obtenus avec la méthode de Ingersoll et *al.* (1950) décrite ci-dessus puisque la même condition frontière est utilisée.

1.4 Travaux de Eskilson

Eskilson (1987) a développé une méthode basée sur des facteurs de réponse qu'il nomme « g-fonction ». Les « g-fonctions » ont été obtenues en solutionnant numériquement le transfert thermique transitoire bidimensionnel (axial et radial)

autour d'un seul puits géothermique. Le modèle de Eskilson est basé sur l'équation de conduction thermique dans le sol en coordonnées cylindriques :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1.8)$$

Ensuite, une superposition spatiale (voir annexe A) est appliquée pour obtenir la réponse du champ au complet. Cette superposition permet en quelques sortes de rajouter une dimension à l'évaluation. On peut ainsi dire que le modèle de Eskilson est un modèle quasi 3-D transitoire.

Connaissant la conductivité thermique du sol (k), les facteurs de réponse permettent de trouver la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits (T_b sur la Figure 0.1). Cette différence (θ) dépend du taux de transfert de chaleur (Q) et est fonction de trois paramètres adimensionnels. Ces trois paramètres, présentés à la Figure 0.2, sont le rapport entre le rayon et la profondeur des puits (r_b/H), le rapport entre la distance entre les puits et la profondeur des puits (B/H) et un nombre adimensionnel faisant intervenir le temps (t/t_s). L'équation suivante définit la façon de calculer θ à l'aide des « g-fonctions » de Eskilson.

$$\theta_{Eskilson} = T_0 - T_b = \frac{Q}{2\pi k} \cdot g(t/t_s, r_b/H) \quad (1.9)$$

$$\text{où } t_s = \frac{H^2}{9\alpha}$$

où

$\theta_{Eskilson}$ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits calculée avec la méthode des « g-fonctions » de Eskilson (°C)

T_b est la température à la paroi des puits (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé ($^{\circ}\text{C}$)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

k est la conductivité thermique du sol ($\text{W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$)

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

t est le temps (s)

r_b est le rayon du puits (m)

H est la profondeur du puits (m)

B est la distance entre deux puits (m)

Dans le cas d'un champ de plusieurs puits, T_b représente la température moyenne à la paroi de tous les puits.

Ces facteurs de réponse souffrent de deux lacunes. Premièrement, ils ne s'appliquent que pour le cas où le taux de transfert thermique est le même pour chaque puits. La deuxième lacune est associée au nombre restreint de configurations dont on possède les facteurs de réponse (essentiellement des champs de puits rectangulaires ou en ligne).

A titre d'exemple la figure 1.4 montre les « g-functions » pour un champ de six puits (2x3).

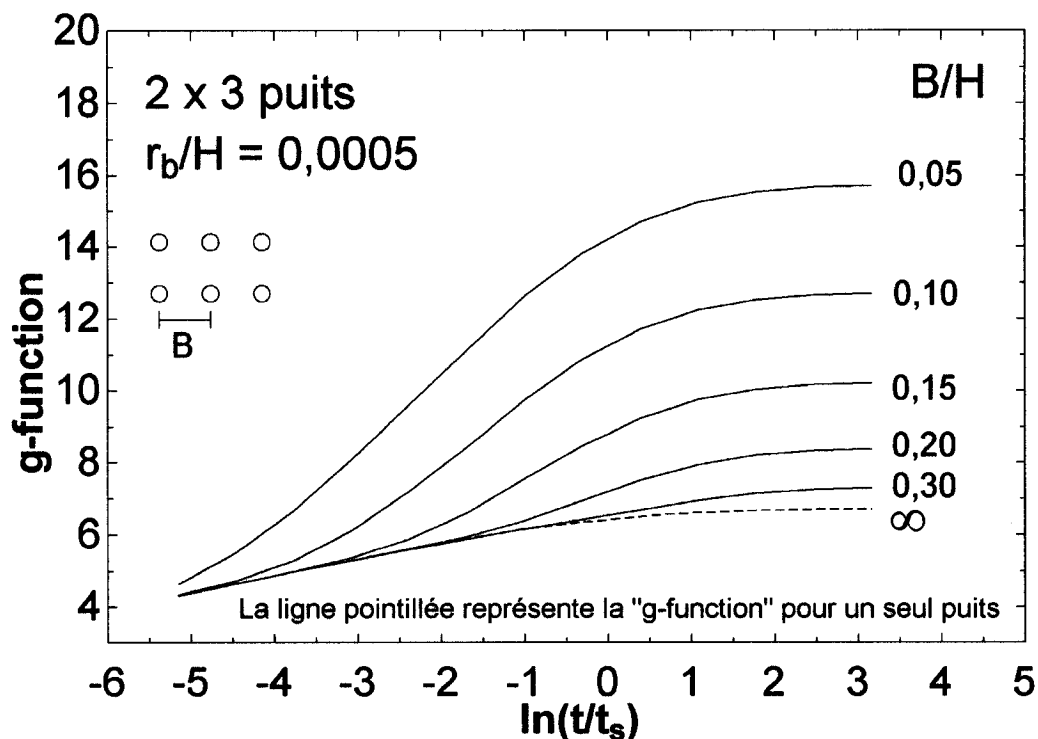


Figure 1.4 « g-function » pour un champ de 6 puits (2x3)

Cette figure montre que plus les puits sont rapprochés (petites valeurs de B/H) plus θ est élevée. De même, θ augmente lorsque $\ln(t/t_s)$ augmente, i.e. lorsque l'échangeur géothermique opère depuis longtemps. On remarque également que les courbes sont presque linéaires jusqu'à $\ln(t/t_s)=0$ (i.e lorsque $t=t_s$), puis atteignent presque un plateau pour des valeurs élevées de $\ln(t/t_s)$. La région où $t=t_s$ est donc un temps caractéristique où il y a une transition dans la forme de la « g-function ». La valeur de t_s équivaut à une vingtaine d'années pour un puits typique de 100 m enterré dans un sol ayant une diffusivité thermique de $1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Il est intéressant de noter que si $\frac{Q}{2\pi k} = 1$, la « g-function » est directement égale à θ , soit la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits.

Les « g-functions » ont été calculées pour un ratio $r_b/H=0,0005$. Pour obtenir les « g-functions » pour des ratios différents, il suffit d'utiliser la relation suivante :

$$g(t/t_s, r_b^*/H) = g(t/t_s, r_b/H) - \ln(r_b^*/r_b) \quad (1.10)$$

où

r_b^* est le rayon réel du puits (m)

r_b est le rayon du puits (m) correspondant au rapport $r_b/H=0,0005$

Le deuxième terme de droite de cette équation corrige la « g-function » pour tenir compte de la différence de température supplémentaire causée par une paroi du puits située à r_b^* plutôt qu'à un rayon r_b . Selon Eskilson, pour de petites variations de rayon, l'erreur associée à l'utilisation de cette approximation est de moins de 0,3%.

Les travaux de Eskilson sont basés sur les hypothèses suivantes.

- **La partie supérieure du puits est considérée comme étant isolée thermiquement.**

Selon Eskilson, cette profondeur (identifiée par la distance D sur la Figure 0.2) varie généralement de 0 à 5 m. Dans ses calculs, il a utilisé une valeur de 4 ou 5 m. Il a effectué une analyse de sensibilité sur ce paramètre en le faisant varier de 2 à 8 m, et a remarqué que la différence de température d'extraction n'est que de 0,1°C; la profondeur D n'aurait donc pas un impact significatif sur les résultats obtenus. Cependant, l'analyse de sensibilité effectuée dans le cadre de ce

mémoire démontre que cette différence peut être beaucoup plus élevée pour un champ comportant plusieurs puits. La différence entre θ calculé pour $D=8$ et 2 m peut atteindre jusqu'à 10% dans le cas d'un champ de 32 puits (voir l'annexe E pour plus de détails).

- **La température à la paroi du puits T_b est considérée comme étant constante sur toute la longueur du puits (de la profondeur D à $D+H$), mais variable dans le temps.**

Ceci constitue une différence majeure avec les méthodes décrites ci-dessus et avec la méthode utilisée dans ce mémoire qui, elles, considèrent le taux de transfert de chaleur comme étant constant sur toute la longueur du puits. Eskilson a évalué la différence sur la température moyenne au puits en utilisant ces deux conditions frontières (la solution analytique pour une source linéique finie présentée à l'équation 1.24 ci-dessous a été utilisée pour la condition de taux de transfert de chaleur constant) et a conclu que cette différence est minime, sans toutefois donner de valeur précise. Cependant, il semble qu'il ait effectué cette évaluation uniquement pour un puits. Comme il sera démontré au chapitre 3, cette différence est effectivement minime dans le cas d'un seul puits, mais elle devient relativement importante au fur et à mesure que le nombre de puits dans le champ augmente.

- **Les effets de changement de température du fluide à travers les puits en fonction de la profondeur ne sont pas pris en compte dans ses travaux.**

Les perturbations locales autour du puits associées à la forme en « U » sont négligées. Il a concentré son travail sur l'influence thermique à partir de la paroi du puits et plus loin dans le sol.

➤ **Le sol est considéré comme étant homogène.**

La conductivité thermique du sol est considérée comme étant uniforme sur toute la profondeur des puits. Eskilson a comparé le cas d'un sol stratifié (non-homogène) où la conductivité k' est égale à 2,5 W/m·°C pour $0 < z < D+H/2$ et 4,5 W/m·°C pour $z > D+H/2$ avec le cas d'un sol homogène où la conductivité k est égale à la moyenne du cas précédent soit 3,5 W/m·°C. La différence de température du fluide à la sortie du puits pour ces deux cas est de moins de 0,04°C. Eskilson conclut donc qu'une conductivité thermique moyenne représentant un sol homogène est acceptable. La conductivité thermique moyenne est calculée à l'aide de la relation suivante :

$$k = \frac{1}{H} \int_D^{D+H} k'(z) dz \quad (1.11)$$

➤ **La température initiale du sol est considérée constante sur toute la profondeur du puits.**

Eskilson a étudié l'influence du gradient géothermique (qui est de l'ordre de 1 à 2°C par 100 m) sur la précision de ces « g-fonctions ». En considérant un gradient géothermique α qui varie en fonction de la profondeur z , la température initiale du sol est donnée par :

$$T|_{t=0} = T_0 + \alpha \cdot z \quad T|_{z=0} = T_0 \quad (1.12)$$

où T_0 est la température moyenne annuelle de l'air ambiant.

Eskilson a utilisé l'approximation suivante pour la température moyenne du sol non perturbé :

$$T_{om} = T_0 + \alpha \cdot (D + H/2) \quad (1.13)$$

Eskilson a constaté une différence de 0.01°C à la paroi du puits due à cette approximation, et c'est pourquoi il considère que les variations de température dues au gradient géothermique sont négligeables. De plus, $T_{om} \approx T_0$, et c'est pourquoi on fait référence à T_0 comme étant la température moyenne du sol non perturbé dans ce mémoire.

➤ **Toutes perturbations à la surface du sol, telles que la variation de la température ambiante, la résistance thermique air-sol, le gel et la neige, sont négligées.**

La température ambiante varie de façon quotidienne et annuelle. Les variations annuelles de température sont celles ayant un plus grand effet dans la couche supérieure du sol. La profondeur de pénétration de la température ambiante est donnée par l'équation suivante :

$$d_p = \sqrt{\alpha t_p / \pi} \quad (1.14)$$

où

d_p est la profondeur de pénétration de la température ambiante (m)

t_p est la période du cycle (s)

α est la diffusivité thermique du sol (m²/s)

La profondeur de pénétration de la température ambiante est typiquement de quelques mètres pour une période d'un an. Comme la tête des puits est généralement située à quelques mètres du sol, il est donc acceptable de négliger ces variations. Les perturbations causées par la résistance thermique air-sol, le gel et la neige peuvent être négligées pour les mêmes raisons.

➤ **L'effet des mouvements des eaux souterraines est négligé.**

En utilisant des valeurs particulièrement élevées de conductivité hydraulique et de gradient hydraulique, paramètres principaux dans le calcul de l'influence du mouvement des eaux souterraines, Eskilson a calculé que l'effet des mouvements des eaux souterraines peut faire varier les « g-fonctions » de 2%, ce qui est négligeable. Chiasson et *al.* (2000) ont développé un modèle numérique pour simuler l'effet du mouvement des eaux souterraines et en sont venus à la conclusion que les performances d'un échangeur de chaleur dans le sol ne sont affectées par les mouvements des eaux souterraines que pour les sols ayant une conductivité hydraulique très élevée. On retrouve ces conditions pour des sols à gros grains (par exemple, du sable ou du gravier) ou pour des sols rocheux ayant une porosité secondaire, c'est-à-dire les sols ayant des fractures ou des canaux (par exemple, du calcaire karstique). Gehlin (2002) a également étudié cet aspect et une étude réalisée à l'aide d'un modèle permettant de simuler différents types de mouvements des eaux souterraines. Elle démontre que ces mouvements ont une influence importante sur la température autour d'un puits géothermique dans le cas d'un sol poreux ou comportant des fractures.

➤ **Les « g-fonctions » ne sont valides que pour $t > \frac{5r_b^2}{\alpha}$**

Afin d'établir le domaine de validité des « g-fonctions », Eskilson a évalué quelles sont les limites de son modèle. Premièrement, puisqu'il ne considère pas la circulation du fluide à travers les puits, il a évalué le temps requis pour effectuer cette circulation (t_f).

$$t_f = \pi r_p^2 \cdot \frac{2H}{V_f} \quad (1.15)$$

où

r_p est le rayon interne du tuyau (m)

H est la profondeur du puits (m)

V_f est le débit de pompage du fluide dans le tuyau (m^3/s)

t_f équivaut à quelques minutes dans la plupart des cas. Ensuite, il a évalué le temps requis pour que des variations dues à la capacité thermique du fluide caloporteur, de la tuyauterie, de l'échangeur de chaleur, etc. (t'_c) se fassent ressentir dans le sol puisque ces aspects ne sont pas pris en compte dans son modèle.

$$t'_c = \frac{\pi r_b^2 \cdot \rho_w c_w \cdot \Delta T}{\Delta T / R_b} = \frac{r_b^2}{\alpha} \cdot \frac{\rho_w c_w}{\rho c} \cdot \pi k R_b \quad (1.16)$$

où

r_b est le rayon du puits (m)

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

Selon Eskilson, le ratio de la capacité thermique des eaux souterraines par rapport à celle du sol $\rho_w c_w / \rho c$ est typiquement égal à 2. (Noter que selon notre interprétation c'est plutôt la capacité thermique du fluide caloporteur et du coulis dont il est question.) La résistance thermique du puits R_b est typiquement égale à $0,1^\circ\text{C}/\text{W}\cdot\text{m}$ et la conductivité thermique du sol k est typiquement égale à $3,3 \text{ W}/\text{m}\cdot^\circ\text{C}$.

t'_c est donc approximativement égal à $\frac{2r_b^2}{\alpha}$. Eskilson suggère

d'utiliser $t_c \approx 2,5 t'_c$ comme critère pour obtenir un régime permanent autour du puits. La limite inférieure de validité des « g-fonctions » est égale à $t_c + t_f$. La valeur de t_c équivaut à quelques heures dans la plupart des cas ; t_f est donc

négligeable. C'est ainsi qu'il introduit la limite $t > \frac{5r_b^2}{\alpha}$ à son modèle. À titre

d'exemple, cette limite équivaut à environ 2 heures pour un puits ayant un rayon de 0,05 m enfoui dans un sol ayant une diffusivité thermique de $1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

1.5 Travaux de Yavuzturk et Spitler

Yavuzturk en collaboration avec Spitler (Yavuzturk 1999, Yavuzturk et Spitler, 1999) a développé un modèle permettant de calculer les facteurs de réponse en température pour des puits géothermiques verticaux pour des courts pas de temps. Son modèle est, en quelques sortes, une extension des « g-fonctions » de Eskilson, pour des pas de temps allant de 2,5 minutes ($\ln(t/t_s) = -15,5$) à 200 heures ($\ln(t/t_s) = -7,3$). La Figure 1.5 montre les « g-fonctions » obtenues par Yavuzturk jumelées à celles obtenues par Eskilson pour les temps supérieurs à 200 heures. On remarque qu'il y a chevauchement pour les temps de 100 à 200 heures; ces résultats correspondent à des travaux faits par Hellström en 1998 (Yavuzturk, 1999) évaluant les « g-fonctions » pour de plus courts pas de temps et corroborent les travaux de Yavuzturk.

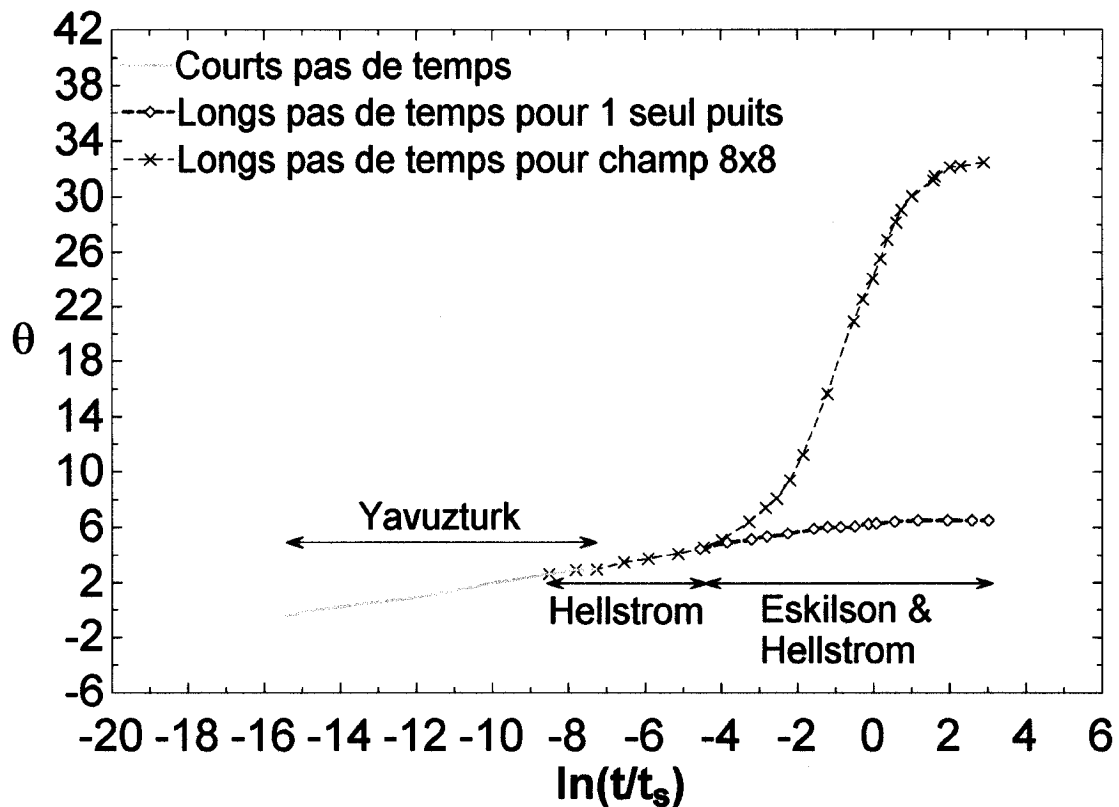


Figure 1.5 « g-functions » pour courts pas de temps jumelés aux « g-functions » pour longs pas de temps

Le développement de ces facteurs de réponse est basé sur un modèle numérique à volumes finis à deux dimensions qui simule le transfert de chaleur sur un échangeur de chaleur vertical en forme de « U » dans le sol pour des temps variant de 2,5 minutes à 200 heures (le pas de temps utilisé pour les simulations étant de 2,5 minutes). La Figure 1.6 représente schématiquement la région analysée dans le modèle de Yavuzturk. Étant donné qu'il y a un axe de symétrie à travers le puits, seulement la moitié du puits est modélisée.

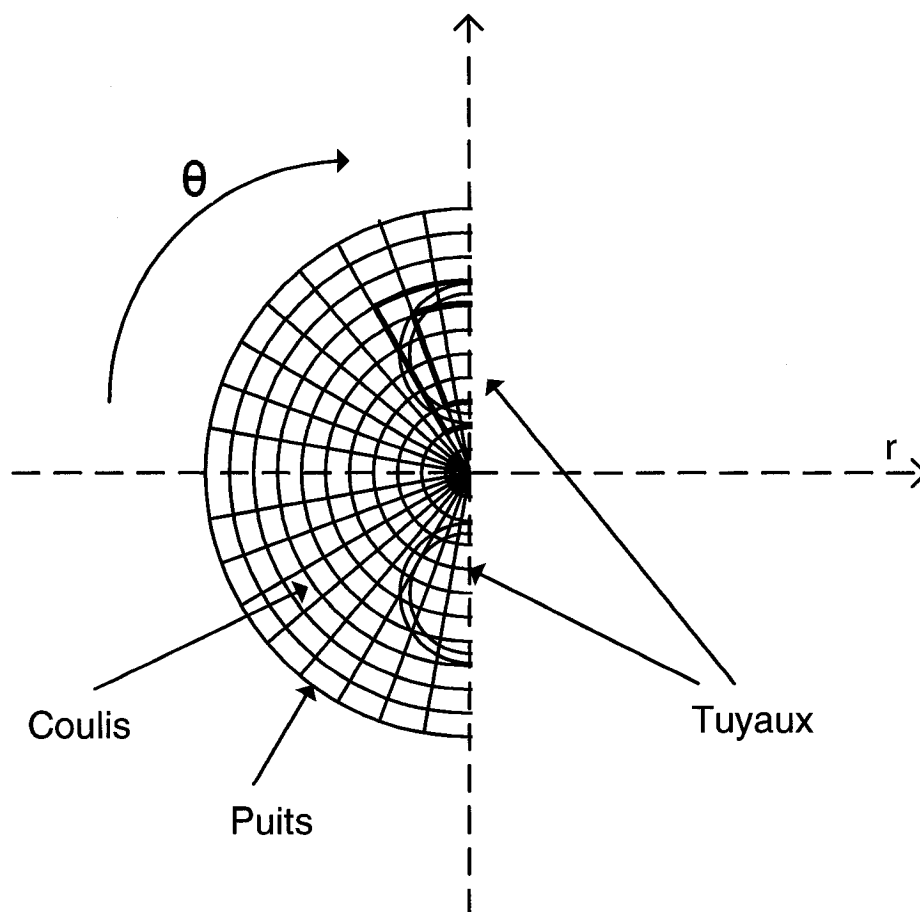


Figure 1.6 Représentation simplifiée du modèle numérique à volumes finis à deux dimensions développé par Yavuzturk

Ce modèle tient donc compte des effets dus à la résistance thermique des tuyaux, à la résistance thermique du coulis et à la résistance thermique (convective) due à la circulation du fluide dans le tuyau. Il tient aussi compte des effets dus à la capacité thermique du coulis et du sol. Les résultats obtenus par Eskilson n'incluent pas ces effets. Yavuzturk a donc dû déduire ces trois effets des résultats qu'il a obtenus avec son modèle 2-D afin de les comparer aux « g-functions ». Les équations 1.17 à 1.20 sont utilisées pour calculer ces résistances thermiques.

$$R_{\text{coulis}} = \frac{1}{k_{\text{coulis}} \beta_0 (D_{\text{puits}} / D_{\text{tuyau}})^{\beta_1}} \quad (1.17)$$

$$R_{\text{convection}} = \frac{1}{2\pi D_{\text{in}} h_{\text{in}}} \quad (1.18)$$

$$R_{\text{conduction tuyau}} = \frac{\ln(D_{\text{out}} / D_{\text{in}})}{4\pi k_{\text{tuyau}}} \quad (1.19)$$

$$R_{\text{total}} = R_{\text{coulis}} + R_{\text{convection}} + R_{\text{conduction tuyau}} \quad (1.20)$$

où

R est la résistance thermique ($^{\circ}\text{C}/\text{W}\cdot\text{m}$)

D est le diamètre (m)

k est la conductivité thermique ($\text{W}/\text{m}^{\circ}\text{C}$)

h_{in} est le coefficient de convection basé sur le diamètre intérieur du tuyau ($\text{m}^2\cdot^{\circ}\text{C}/\text{W}$)

β_0 et β_1 sont des facteurs de forme

Yavuzturk fait les hypothèses suivantes :

- Les effets tri-dimensionnels à la surface du sol et à l'extrémité du puits sont négligés.
- Le sol est considéré comme étant homogène.
- Les effets du changement de température du puits avec la profondeur ne sont pas pris en compte.

À l'opposé des méthodes développées précédemment qui considèrent le puits comme une ligne ou bien un cylindre, ce modèle considère l'intérieur du puits (tuyaux, coulis, etc.). Selon Yavuzturk, l'approximation du puits comme étant une ligne ou cylindre introduit une erreur appréciable dans les résultats pour des faibles pas de temps puisque la composition de l'intérieur du puits n'est pas considérée.

1.6 Travaux du groupe de recherche de Bernier

1.6.1 Travaux de Bernier

Le dimensionnement de l'échangeur de chaleur dans le sol est très important puisqu'il représente une part importante du coût total d'un système de pompes à chaleur géothermiques. Bien choisir la longueur de cet échangeur est donc primordial. Bernier (2006) présente une version améliorée de l'équation permettant de calculer la longueur requise pour un échangeur dans le sol, initialement proposée par Kavanaugh et Rafferty (1997).

La pénalité de température T_p est une des valeurs entrant dans le calcul du dimensionnement de l'échangeur. Cette température représente l'augmentation ou la diminution de température à la paroi du puits par rapport à la température du sol non perturbé causée par l'interaction thermique des autres puits du champ. Bernier (2006) décrit une méthode permettant de calculer la pénalité de température T_p à l'aide des « g-fonctions » de Eskilson en soustrayant la « g-function » du puits à l'étude de la « g-function » du champ entier (pour une certaine géométrie).

$$T_p = \frac{Q}{2\pi k} \times (g_n(t/t_s, B/H, \text{géométrie}) - g_1(t/t_s)) \quad (1.21)$$

Il démontre ainsi que les valeurs de T_p présentée dans ASHRAE (2003) sont sous-estimées de façon significative.

Bernier propose également une corrélation facilement utilisable à l'aide de « g-fonctions », pour déterminer T_p en fonction de la distance entre les puits, le nombre de puits dans le champ et le ratio du nombre de puits en largeur divisé par le nombre de puits en longueur.

1.6.2 Travaux de Pinel

Pinel (2003) a développé un modèle hybride composé d'un modèle numérique à 2 dimensions permet d'évaluer le profil de température dans un champ de puits géothermiques et d'un calcul analytique utilisant la méthode de la source cylindrique pour modéliser le transfert de chaleur local autour d'un puits. Ce modèle permet d'évaluer la température moyenne dans un champ et la pénalité de température T_p à la paroi des puits due à l'interférence thermique des autres puits du champ. Il calcule la pénalité de température en soustrayant la température à la paroi d'un puits en supposant que le champ n'est composé que d'un seul puits de la température moyenne à la paroi des puits du champ entier. Pour le calcul de la température moyenne dans le champ, il inclut l'influence de l'ensemble des puits du champ uniquement à toutes les 2 semaines (336 heures) au lieu d'effectuer ce calcul à toutes les heures, ce qui augmenterait le temps de calcul considérablement. Ainsi, son modèle a l'avantage d'être rapide et simple à utiliser.

Il a validé les résultats obtenus à l'aide de son modèle numérique à ceux obtenus avec le modèle DST du progiciel TRNSYS (voir section 1.7 pour une description détaillée du modèle DST). Les températures calculées avec son modèle correspondent très bien avec celles obtenues avec le modèle DST.

Pinel propose également des améliorations à la méthode d'agrégation développée par Bernier (2001) qui sont présentées à la section 1.11.

1.6.3 Travaux de Chahla

La pénalité de température étant un facteur important dans le dimensionnement des systèmes géothermiques, Chahla (2005) a comparé 3 méthodes pour calculer la pénalité de température, la méthode des cercles concentriques

développée par Kavanaugh et Rafferty (1997), la méthode utilisant les « g-fonctions » de Eskilson (1987) développée par Bernier (2006) et les simulations numériques développées par Pinel (2003). La méthode développée par Kavanaugh et Rafferty comporte plusieurs lacunes puisqu'elle ne tient compte que des puits adjacents et non du champ en entier. Les valeurs de T_p calculée avec le modèle à deux dimensions de Pinel diffèrent d'environ 10% par rapport à celles obtenues avec la méthode utilisant les « g-fonctions » (à trois dimensions) pour un champ 2x1. La différence est beaucoup plus grande pour un champ 10x10 lorsque les effets 3-D sont plus importants.

Chahla a aussi développé une corrélation numérique à partir du modèle bidimensionnel de Pinel (2003) permettant de calculer la pénalité de température T_p en fonction du taux de transfert de chaleur dégagé dans le sol ou extrait du sol, de la conductivité thermique du sol, de la diffusivité thermique du sol, de l'espacement entre les puits, du nombre de puits ainsi que du rapport de forme du champ sur une période de 10 ans.

1.7 Modèle DST dans TRNSYS

Le modèle DST fait partie de la librairie TESS du progiciel TRNSYS (Klein et *al.*, 2004). Cette sous-routine modélise des puits verticaux munis de tubes en « U » ou qui comportent des tubes concentriques interagissant entre eux et avec le sol (voir Figure 1.7 et Figure 1.8). Les puits sont considérés comme étant disposés uniformément dans un volume cylindrique dans le sol.

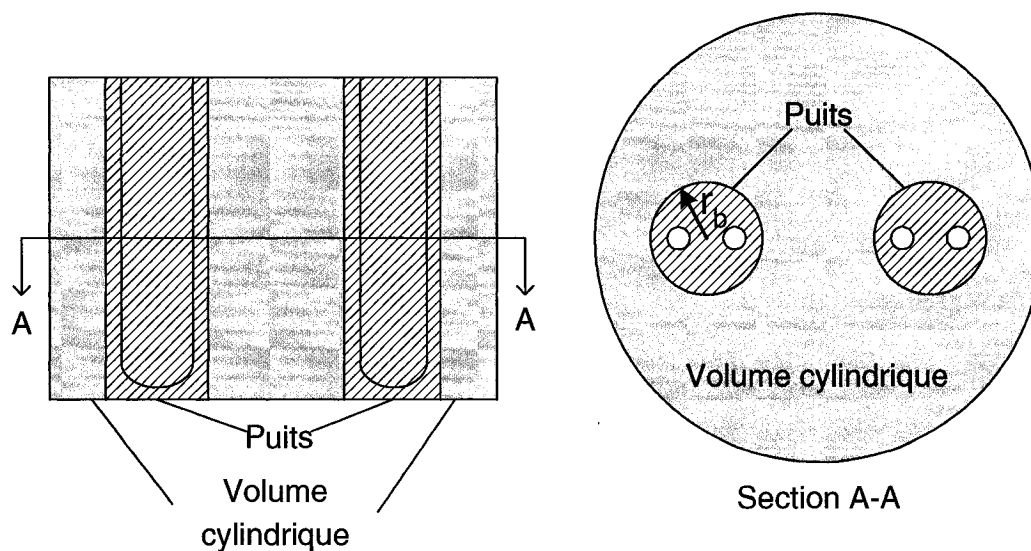


Figure 1.7 Géométrie utilisée dans le modèle DST de TRNSYS – Puits munis de tubes en « U »

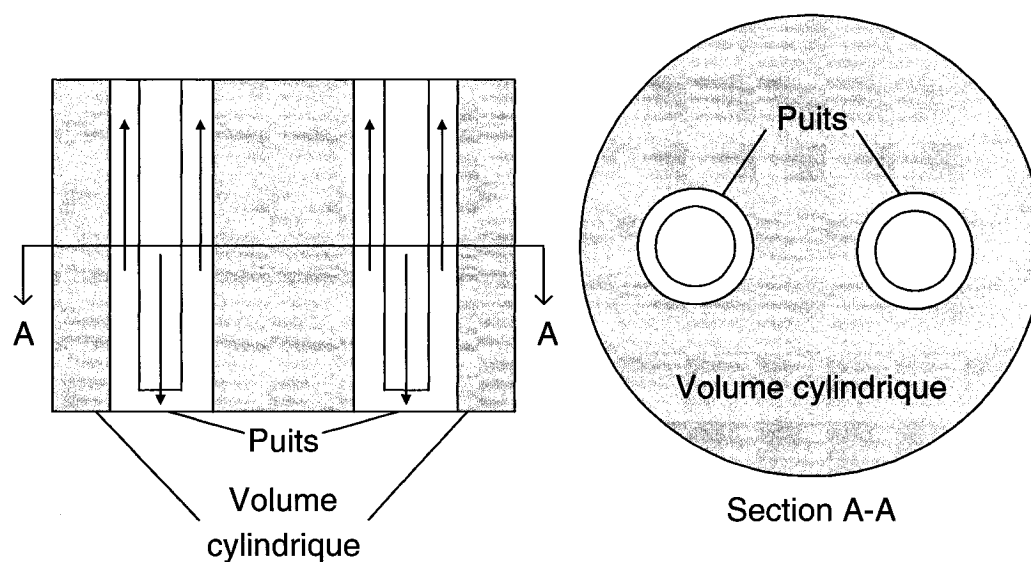


Figure 1.8 Géométrie utilisée dans le modèle DST de TRNSYS – Tubes concentriques

Ce modèle est inspiré des travaux de Hellström (1989). La température calculée dans le sol tient compte de composantes globale et locale ainsi que d'une composante pour un taux de transfert de chaleur en régime permanent. La

composante locale considère le taux de transfert de chaleur convectif entre le fluide circulant dans les puits et le champ de puits. La composante globale considère le taux de transfert de chaleur conductif des puits vers le volume cylindrique considéré. Les solutions globale et locale sont obtenues à l'aide d'une méthode de différence finie explicite, alors que la solution pour un taux de transfert de chaleur constant, permettant de redistribuer la chaleur créée par la circulation du fluide dans les puits dans le volume cylindrique, est obtenue de façon analytique. Ces trois composantes sont ensuite superposées pour obtenir le profil de température du champ entier.

Ce modèle est considéré comme étant une référence dans le domaine de la géothermie et a été utilisé à maintes reprises (par exemple Bernier 2001, Pinel 2003, Bernier et *al.* 2004, Sutton et *al.* 2002a) pour dimensionner et simuler des échangeurs géothermiques, pour valider des outils de dimensionnement, etc.

1.8 Travaux de Zeng, Diao et Fang

Zeng et *al.* (2002) proposent l'utilisation d'une solution analytique permettant de calculer la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits dans un milieu semi-infini à l'aide d'une méthode considérant les puits comme étant des sources linéiques de longueur finie. Afin d'obtenir la condition de frontière correspondant à une température constante au niveau du sol (pour $z=0$), une source miroir identique mais ayant un taux de transfert de chaleur inverse ($-Q(t)$) à la source dans le sol est utilisée (voir Figure 1.9).

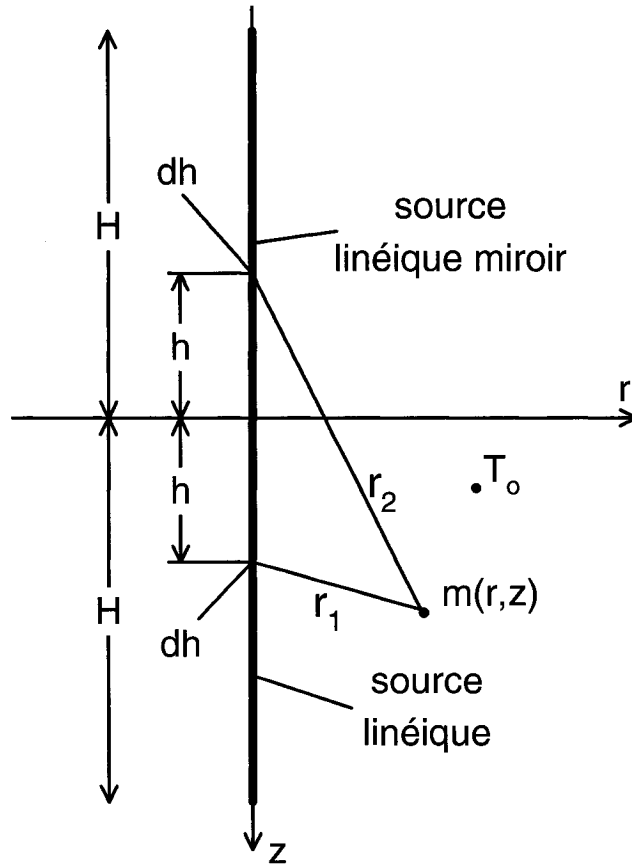


Figure 1.9 Géométrie de la source linéique finie

Chaque incrément dh de la source linéique peut être considéré comme une source ponctuelle. L'augmentation de température au temps t au point m est définie par l'équation suivante :

$$d\theta_{SLF} = \frac{Q}{4\pi k} \times \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}}{2\sqrt{at}}\right)}{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}} dh \quad (1.22)$$

où

θ_{SLF} est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits calculée avec la méthode de la source linéique finie (SLF) (°C)

k est la conductivité thermique du sol (W/m.°C)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

h est la variable d'intégration

r est la distance radiale du point considéré (m)

z est la distance verticale du point considéré (m)

α est la diffusivité thermique du sol (m²/s)

t est le temps (s)

Noter que le dénominateur est $4\pi k$, contrairement à certaines équations données dans les sections précédentes où il est $2\pi k$. Ceci est dû à la façon dont Θ (adimensionnel) est calculée avec cette solution analytique par rapport à θ (dimensionnel).

On obtient la différence de température θ causée par la source linéique en entier au point m en intégrant l'équation 1.22 pour la source elle-même et la source miroir de 0 à H . La différence de température en régime transitoire est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\theta_{SLF} = T_0 - T$$

$$= \frac{Q}{4\pi k} \times \int_0^H \left\{ \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}} - \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}} \right\} dh \quad (1.23)$$

où

T est la température du sol à une distance r du centre du puits (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

La différence de température adimensionnelle en régime transitoire est obtenue avec l'équation suivante :

$$\Theta_{SLF} = \int_0^1 \left\{ \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{R^2 + (Z - H')^2}}{2\sqrt{F_o}}\right)}{\sqrt{R^2 + (Z - H')^2}} - \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{R^2 + (Z + H')^2}}{2\sqrt{F_o}}\right)}{\sqrt{R^2 + (Z + H')^2}} \right\} dH' \quad (1.24)$$

où

Θ_{SLF} est la différence adimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits ($\Theta = 4\pi k\theta/Q$)

H est la profondeur du puits (m)

H' est la variable d'intégration adimensionnelle (h/H)

h est la variable d'intégration dimensionnelle

R est le rayon adimensionnel (r/H)

r est la distance radiale du point considéré (m)

Z est la coordonnée verticale adimensionnelle (z/H)

z est la coordonnée verticale (m)

F_o est le nombre de Fourier ($\alpha t/H^2$)

Dans les équations 1.23 et 1.24, la profondeur D (voir Figure 0.2) est nulle. Il est toutefois possible de considérer une profondeur D non nulle dans le calcul en intégrant de D à $D+H$ au lieu de 0 à H et de D/H à $1+D/H$ au lieu de 0 à 1.

Si t tend vers l'infini et $D=0$, on peut transformer les équations 1.23 et 1.24 pour obtenir la différence de température en régime permanent de façon dimensionnelle (équation 1.25) et adimensionnelle (équation 1.26).

$$\theta_{SLF(perm)} = \frac{Q}{4\pi k} \times \ln \left[\frac{\sqrt{(H-z)^2 + \rho^2} + H - z}{\sqrt{(H+z)^2 + \rho^2} + H + z} \cdot \frac{2z^2 + 2z\sqrt{\rho^2 + z^2 + \rho^2}}{\rho^2} \right] \quad (1.25)$$

$$\Theta_{SLF(perm)} = \ln \left[\frac{\sqrt{(1-Z)^2 + R^2} + 1 - Z}{\sqrt{(1+Z)^2 + R^2} + 1 + Z} \cdot \frac{2Z^2 + 2Z\sqrt{R^2 + Z^2 + R^2}}{R^2} \right] \quad (1.26)$$

Noter que les équations 5 et 6 présentées par Zeng et *al.* (2002) comportent une erreur. Au dénominateur du premier terme, la racine carrée ne devrait pas inclure $H+z$ et $1+Z$ respectivement. Les équations 1.25 et 1.26 présentées ci-dessus sont correctes.

Les équations 1.25 et 1.26 ont été calculées dans le cadre de mémoire en considérant que la profondeur D est non nulle et sont présentées ci-dessous.

$$\theta_{SLF(perm)} = \frac{Q}{4\pi k} \times \ln \left[\frac{\sqrt{(D+H-z)^2 + \rho^2} + D + H - z}{\sqrt{(D+H+z)^2 + \rho^2} + D + H + z} \cdot \frac{\sqrt{(D+z)^2 + \rho^2} + D + z}{\sqrt{(D-z)^2 + \rho^2} + D - z} \right] \quad (1.27)$$

$$\Theta_{SLF(perm)} = \ln \left[\frac{\sqrt{(D/H+1-Z)^2 + R^2} + D/H+1-Z}{\sqrt{(D/H+1+Z)^2 + R^2} + D/H+1+Z} \cdot \frac{\sqrt{(D/H+Z)^2 + R^2} + D/H+Z}{\sqrt{(D/H-Z)^2 + R^2} + D/H-Z} \right] \quad (1.28)$$

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus avec cette méthode à ceux obtenus avec les « g-fonctions » de Eskilson, θ doit être évalué pour r égal à r_b le rayon du puits. La Figure 1.10 montre la différence de température à la paroi du

puits de façon adimensionnelle Θ_b en fonction de la profondeur ($Z=z/H$) pour 3 rayons ($R_b=r_b/H$) différents. Cette différence est calculée avec l'équation 1.26.

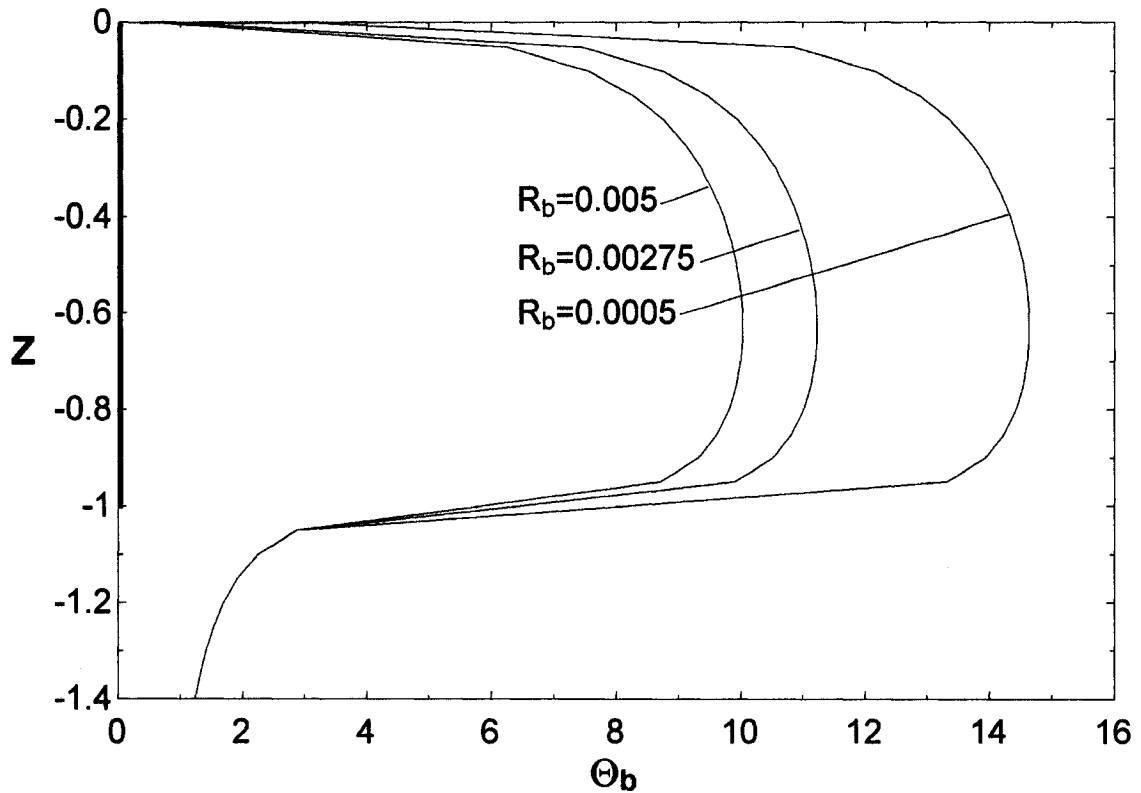


Figure 1.10 Variation de la différence de température en fonction de la profondeur du puits pour 3 rayons de puits différents

Tel que montré à la figure 1.10, la différence de température à la paroi du puits varie considérablement en fonction de la profondeur, il faut donc calculer la moyenne de θ_b de 0 à H (ou de D à $D+H$ à l'aide de l'équation 1.29). Ceci peut être effectué à l'aide de l'intégrale suivante :

$$\bar{\theta}_b = \frac{1}{H} \int_0^H \theta(r_b, z) dz \quad (1.29)$$

Les travaux de Zeng et *al.* sont basés sur plusieurs hypothèses dont la plupart sont identiques à celles utilisées par Eskilson. Ces hypothèses sont :

- Les effets de changement de température du fluide à travers les puits en fonction de la profondeur ne sont pas pris en compte.
- Le sol est considéré comme étant homogène.
- Les conditions initiale et de frontière de la température du sol non perturbé sont considérées comme étant constantes.
- Toutes perturbations à la surface du sol, telles que la variation de la température ambiante, la résistance thermique air-sol, le gel et la neige, sont négligées.
- L'effet des mouvements des eaux souterraines est négligé.

Étant donné que ces hypothèses sont les mêmes que Eskilson, on peut considérer que le domaine de validité de l'équation analytique pour la source linéique finie est le même que celui calculé par Eskilson. Ainsi on supposera que la solution analytique de Zeng et *al.* est valide pour $t > \frac{5r_b^2}{\alpha}$.

Par contre, contrairement aux « g-fonctions » de Eskilson, la température à la paroi du puits T_b n'est pas constante sur toute la longueur du puits. C'est plutôt le taux de transfert de chaleur qui est constant sur toute la longueur du puits. Dans ses travaux, Eskilson avait également introduit cette solution analytique comme étant une bonne approximation des résultats qu'il a obtenus avec sa simulation numérique.

1.9 Travaux de Sutton et *al.*

Sutton et *al.* (2002a, 2002b) ont développé un modèle, nommé « multi-layer borefield design algorithm » ou MLBDA, permettant d'estimer les performances

d'un échangeur de chaleur vertical situé dans un sol dont la conductivité thermique varie avec la profondeur. La Figure 1.11 montre un échangeur de chaleur situé dans un sol comportant 4 couches différentes.

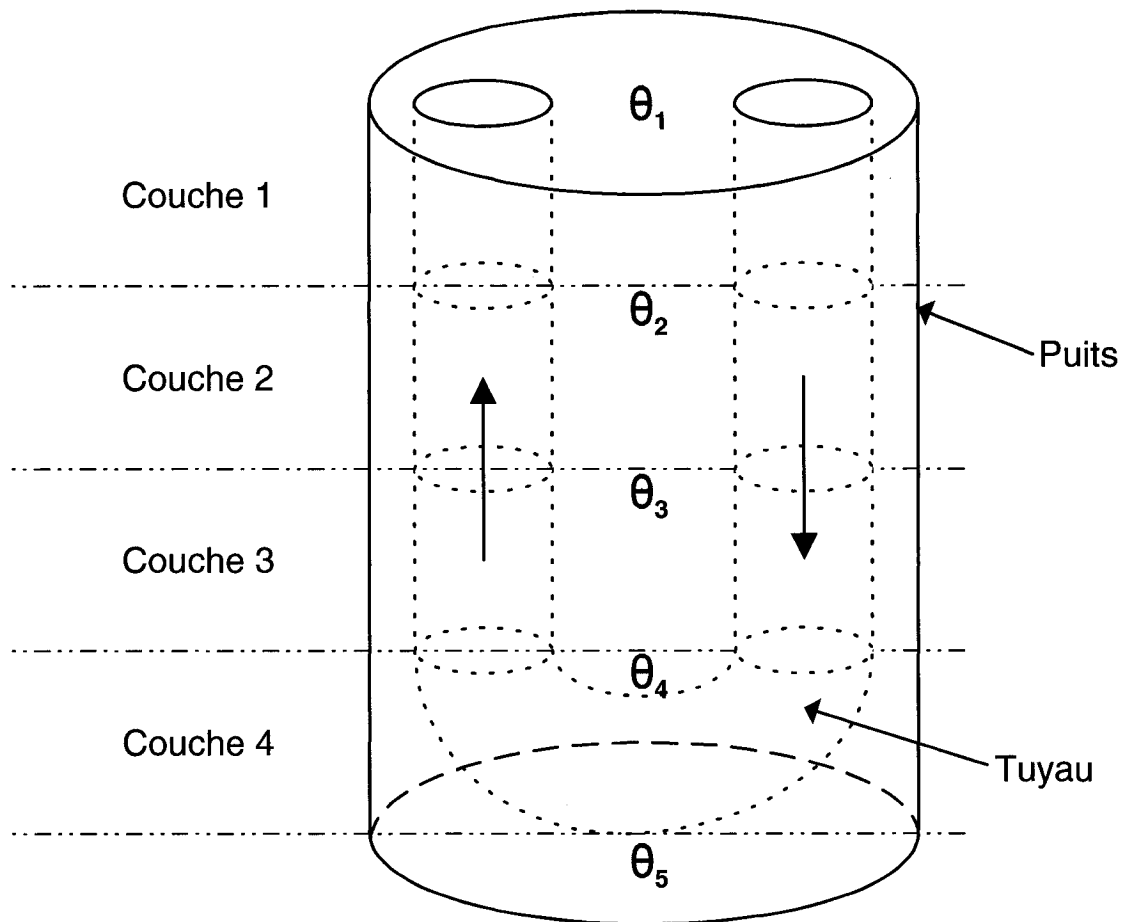


Figure 1.11 Échangeur de chaleur vertical situé dans un sol stratifié comportant 4 couches

Sutton et *al.* ont utilisé les travaux de Hellström de 1991, qui sont basés sur le modèle de la source cylindrique, en assurant une continuité de la température du fluide entre chaque couche et en considérant la résistance thermique dans le coulis en régime transitoire. La différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits, θ , est calculée 5 fois (aux

extrémités de chacune des couches). Le modèle de la source cylindrique ne tient compte que des effets radiaux. Donc le MLBDA ne prend pas en considération la conduction thermique dans la direction axiale entre les différentes couches. Puisque ce modèle est basé sur celui de la source cylindrique (voir Figure 1.12), les températures θ_1 et θ_5 correspondent respectivement à la température du fluide à l'entrée et à la sortie du puits.

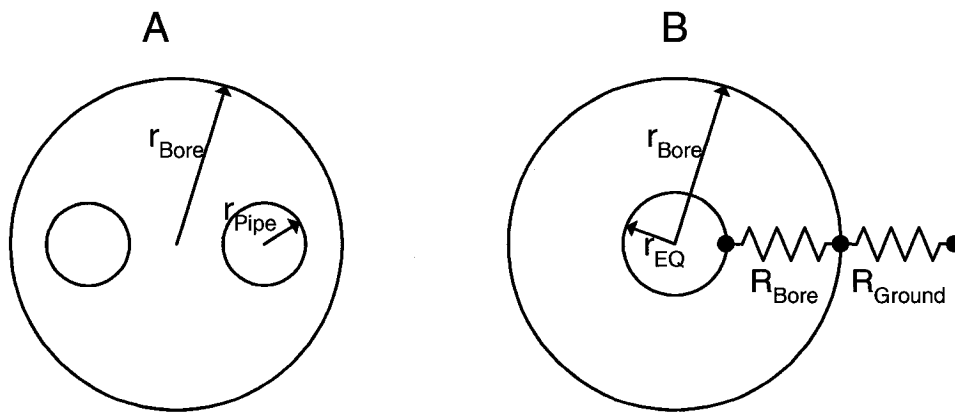


Figure 1.12 Représentation des rayons et résistances thermiques du puits, du coulis et du sol

Les équations suivantes doivent être solutionnées simultanément pour calculer les valeurs de θ de chaque couche. La Figure 1.12 montre schématiquement les paramètres principaux utilisés dans ces équations.

$$\begin{aligned} \dot{m}C_f(\theta_i^N - \theta_{i+1}^N) &= q_i'^N L_i \\ \frac{(\theta_i^N + \theta_{i+1}^N)}{2} &= \sum_{n=1}^N (q_i'^n - q_i'^{(n-1)}) R'_i (t_N - t_n) \quad \text{où } q_i'^{(0)} = 0 \\ i &= 1, \dots, I \end{aligned} \quad (1.30)$$

où

i est l'indice pour la couche

I est le nombre total de couches

n est l'indice pour le pas de temps

N est le temps d'opération

\dot{m} est le débit massique du fluide (kg/s)

C_f est la chaleur spécifique du fluide (J/kg.°C)

q' est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

t est le temps (s)

L est la profondeur de la couche (m)

R' est la résistance thermique du puits en régime transitoire calculée avec les équations suivantes :

$$R' = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r_{EQ} k_{Grout}} \sum_{j=1}^{10} \frac{V_j}{j} \frac{K_0(\omega_{Grout,j} r_{EQ})}{\omega_{Grout,j} K_1(\omega_{Grout,j} r_{EQ})} & t \leq \tau_{Grout} \\ \frac{1}{2\pi r_{Bore} k_{Soil}} \sum_{j=1}^{10} \frac{V_j}{j} \frac{K_0(\omega_{Soil,j} r_{Bore})}{\omega_{Soil,j} K_1(\omega_{Soil,j} r_{Bore})} + R'_{Bore} & t > \tau_{Grout} \end{cases}$$

où

$$\omega_{Grout,j} = \sqrt{\frac{j \ln(2)}{\alpha_{Grout} t}} \quad \omega_{Soil,j} = \sqrt{\frac{j \ln(2)}{\alpha_{Soil} (t - \tau_{Grout})}} \quad (1.31)$$

$$V_j = \sum_{k=\text{int}\left(\frac{j-1}{2}\right)}^{\min(j,5)} \frac{(-1)^{j-5} k^5 (2k)!}{(5-k)!(k-1)!k!(j-k)!(2k-j)!}$$

$$R'_{Bore} = \frac{1}{k_b S_b} \quad S_b = 17,44 \left(\frac{d_{Bore}}{d_{Pipe}} \right)^{-0,6052}$$

K_0 et K_1 sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordre 0 et 1

τ_{Grout} est le temps requis pour que la résistance thermique du puits atteigne le régime permanent (s)

$Grout$ est l'indice pour le coulis

$Bore$ est l'indice pour le puits

$Soil$ est l'indice pour le sol

Pipe est l'indice pour le tuyau

r est le rayon (m)

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

r_{EQ} est le rayon équivalent permettant de remplacer le tuyau en « U » en un seul tuyau (permettant d'obtenir la même résistance thermique).

Sutton et *al.* ont étendu leur modèle à un champ de plusieurs puits. Ils relatent les travaux de Shonder et *al.* et Thornton et *al.* et les utilisent pour valider leur modèle. Les performances du modèle MLBDA se comparent très bien avec celles des modèles commerciaux analysés par Shonder et *al.*, dont le modèle DST de TRNSYS qui inclut les effets 3-D dans le champ. Selon Sutton et *al.*, les résultats obtenus avec le modèle MLBDA concordent également très bien avec les données fournies par Thornton et *al.*

1.10 Travaux de Lamarche

Lamarche et Beauchamp (2007b) utilisent la solution analytique proposée par Zeng et *al.* (2002) pour calculer la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits. À l'aide de manipulations mathématiques effectuées sur les équations 1.23 et 1.29, ils proposent une façon rapide de calculer la température moyenne sur toute la longueur du puits.

$$\Theta_{SLF-\text{mod}} = \int_{\beta}^{\sqrt{\beta^2+1}} \frac{\text{erfc}(\gamma z)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_A - \int_{\sqrt{\beta^2+1}}^{\sqrt{\beta^2+4}} \frac{\text{erfc}(\gamma z)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_B \quad (1.32)$$

où

$$D_A = \sqrt{\beta^2 + 1} \text{erfc}(\gamma \sqrt{\beta^2 + 1}) - \beta \text{erfc}(\gamma \beta) - \frac{e^{-\gamma^2(\beta^2+1)} - e^{-\gamma^2\beta^2}}{\gamma \sqrt{\pi}} \quad (1.33)$$

$$D_B = \frac{\sqrt{\beta^2 + 1} \operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{\beta^2 + 1}) - 0,5(\beta \operatorname{erfc}(\gamma \beta) + \sqrt{\beta^2 + 4} \operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{\beta^2 + 4}))}{\gamma \sqrt{\pi}} - \frac{e^{-\gamma^2(\beta^2 + 1)} - 0,5(e^{-\gamma^2 \beta^2} + e^{-\gamma^2(\beta^2 + 4)})}{\gamma \sqrt{\pi}} \quad (1.34)$$

où

$\Theta_{SLF-mod}$ est la différence adimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits ($\Theta = 2\pi k\theta/Q$) calculée avec la méthode de la source linéique finie (SLF) modifiée

β est le rayon adimensionnel du puits ($\beta = r/H$)

r est la distance radiale du point considéré (m)

H est la profondeur du puits (m)

γ est le ratio $1/(2\sqrt{F_o})$

z est la coordonnée verticale (m)

F_o est le nombre de Fourier (at/H^2)

t est le temps (s)

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

Noter que les équations définissant D_A et D_B , présentées par Lamarche et Beauchamp (2007b), comportent une erreur. Aux équations 35 et 36 de leur article, le dénominateur devrait être γ et non β . De plus, afin de comprendre le développement de ces équations dans cet article, quelques corrections s'imposent. Il faudrait lire « Since on A1, $\xi < \eta$ » au lieu de « Since on A1, $\xi > \eta$ » dans la phrase entre les équations 27 et 28 et « Because on A2,... » au lieu de « Because on A1,... » dans la phrase entre les équations 30 et 31. À l'équation 32, la borne inférieure de la 2^{ème} intégrale devrait être β au lieu 0. Finalement, à l'équation 41, il devrait y avoir une soustraction au lieu d'une addition dans le calcul de D_B .

Ils ont comparé les résultats pour un seul puits obtenus avec leur méthode avec ceux obtenus avec la méthode de Zeng et al. La différence maximale (de façon

adimensionnelle) entre les 2 méthodes est de 8×10^{-7} et le temps de simulation est environ 3 500 fois plus rapide avec la méthode suggérée par Lamarche et Beauchamp.

De plus, ils obtiennent des résultats en accord avec ceux obtenus par Eskilson (1987) pour un seul puits et pour des champs de 2 (2x1) et 4 (2x2) puits. Par contre, leur méthode analytique est bien plus flexible que la méthode numérique de Eskilson puisqu'elle permet de modéliser des champs de configuration quelconque.

Lamarche et Beauchamp (2007a) ont également développé un algorithme permettant de modéliser les performances des échangeurs géothermiques de façon beaucoup plus rapide que les algorithmes de convolution conventionnels basés sur la superposition temporelle. Les méthodes conventionnelles de modélisation utilisent toutes un algorithme basé sur la convolution. Cela signifie qu'à chaque pas de temps, il faut réévaluer l'équation du calcul de la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits. La durée de simulation est donc proportionnelle à N^2 , où N est le pas de temps. Lamarche et Beauchamp ont développé leur algorithme pour le cas de la source cylindrique infinie. Avec plusieurs manipulations mathématiques et approximations, ils parviennent à modifier l'équation de base de la source cylindrique infinie afin de rendre le temps de simulation proportionnel à N , en utilisant la valeur calculée au pas de temps précédent, donc avec une certaine forme de récurrence.

Le temps de simulation est beaucoup plus court par rapport à une simulation où il n'y a pas d'agrégation de charge : de 45 à 50 fois plus rapide pour une simulation d'un mois et de 4 900 à 6 300 fois plus rapide pour une simulation de 2 ans, dépendamment si la charge a un profil symétrique ou asymétrique (voir

annexe C). Le temps de simulation est également considérablement réduit par rapport à une simulation où on effectue de l'agrégation. (Les sections ci-dessous décrivent l'agrégation de charges.)

L'erreur absolue introduite par leurs approximations est minime, de l'ordre de $0,2^{\circ}\text{C}$ par rapport à la solution exacte obtenue avec la méthode de la source cylindrique sans agrégation. L'erreur absolue introduite en utilisant l'agrégation suggérée par Yavuzturk (1999) ou Bernier (2001) est plus petite que celle obtenue en utilisant les approximations de Lamarche et Beauchamp, mais le temps de simulation est beaucoup plus long. L'erreur absolue introduite ainsi que le temps de simulation en utilisant l'agrégation de charges multiples suggérée par Pinel (2003) sont plus élevés qu'en utilisant les approximations de Lamarche et Beauchamp. Les travaux de ces derniers constituent donc une excellente alternative aux méthodes mentionnées ci-dessus.

Lamarche et Beauchamp ont développé leur algorithme avec l'équation de la source cylindrique infinie, mais ont l'intention d'appliquer ce concept à d'autres méthodes de modélisation, telle que celle de la source linéique finie.

1.11 Superposition temporelle

Afin de pouvoir simuler des charges qui varient dans le temps, la superposition temporelle peut être utilisée. Cette technique considère que la charge est de type échelon et les échelons de chaque pas de temps sont additionnés et soustraits de façon à faire varier la charge dans le temps. La Figure 1.13 présente schématiquement la superposition temporelle de ces échelons.

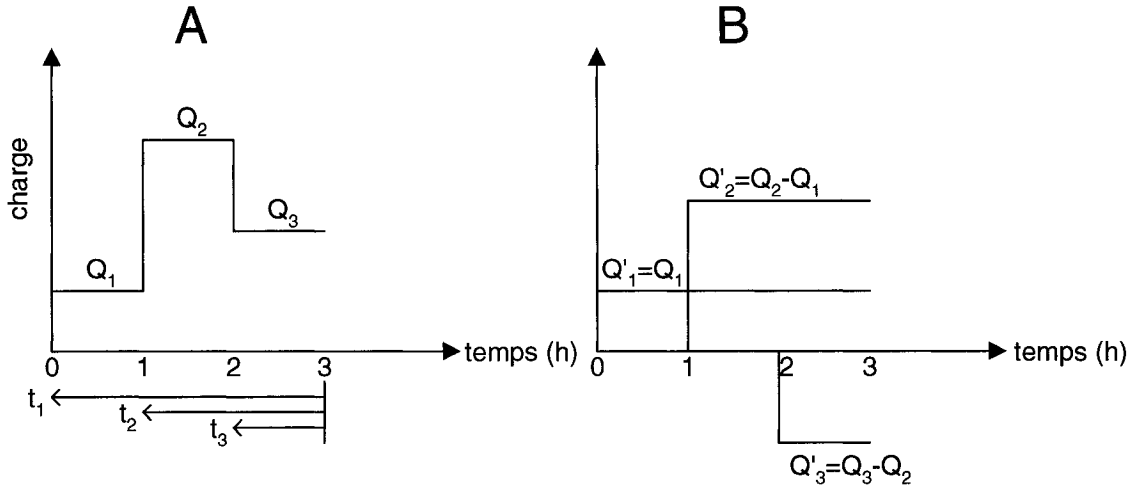


Figure 1.13 Exemple de superposition temporelle pour une charge variable durant 3 heures

À la Figure 1.13A, on voit que la charge Q_1 est appliquée du temps t_1 au temps t_2 , la charge Q_2 , du temps t_2 au temps t_3 et la charge Q_3 durant le temps t_3 . Afin de connaître l'impact de la charge Q_1 , il faut tout d'abord multiplier la charge Q_1 par le facteur de réponse θ au temps t_1 , ce qui correspond à une charge appliquée de façon constante durant 3 heures dans ce cas-ci. Ensuite, il faut soustraire par θ au temps t_2 afin d'enlever l'impact de cette charge durant les 2 dernières heures. Il faut refaire ce calcul pour toutes les charges durant la période analysée. L'équation suivante décrit la façon de calculer l'impact de charges variant dans le temps à l'aide de la technique de la superposition temporelle classique.

$$\theta(t_N) = \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{2\pi k} \times [\theta(t_i) - \theta(t_{i+1})] \quad (1.35)$$

où $\theta(t_{N+1}) = 0$.

Q_i est la charge appliquée par unité de longueur durant l'heure i (W/m)

N est la durée d'opération (h)

θ est la différence dimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits (°C)

Θ est la différence adimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits

t est le temps (s)

Tel que montré à la Figure 1.13B, cette équation peut également être exprimée de la façon suivante à l'aide de quelques manipulations mathématiques.

$$\theta(t_N) = \sum_{i=1}^N \frac{(Q_i - Q_{i-1})}{2\pi k} \Theta(t_i) = \sum_{i=1}^N \frac{Q'_i}{2\pi k} \Theta(t_i) \quad (1.36)$$

où $Q_0=0$.

1.12 Agrégation de charges

Avec la technique de superposition temporelle classique, le temps de simulation peut être très long, particulièrement lors de simulation sur plusieurs années. C'est pourquoi Yavuzturk (1999) et Yavuzturk et Spitler (1999) ont développé une technique permettant de diminuer le temps de simulation. Cette technique est basée sur un algorithme d'agrégation supposant que plus une charge a eu lieu dans le passé moins elle a d'impact sur le calcul au temps présent. Yavuzturk propose que les charges récentes pour un nombre défini d'heures soient incluses dans le calcul pour chaque heure tandis que les charges ayant eu lieu avant ce nombre défini d'heures soient regroupées en périodes de 730 heures (1 mois). La moyenne des charges horaires ayant lieu durant le bloc de 730 heures est utilisée dans le calcul. Cette technique améliore la rapidité des simulations puisqu'elle réduit le nombre de fois que θ est calculé. Cependant, cette technique introduit des transitions brusques entre les heures non agrégées et les périodes d'agrégation. L'équation suivante décrit

l'agrégation de charge telle que définie par Yavuzturk. Le dénominateur est $4\pi k$, contrairement à certaines équations données dans les sections précédentes où il est $2\pi k$. Ceci est dû à la façon dont Yavuzturk calcule Θ (adimensionnel) par rapport à θ (dimensionnel) dans son modèle.

$$T(t_i) = T_0 + \sum_{m=1}^M \frac{(\bar{Q}_m - \bar{Q}_{m-1})}{4\pi k} \times [\Theta(t_i) - \Theta(t_{p^*m-p})] + \sum_{n=i-p^*M}^i \frac{(Q_n - Q_{n-1})}{4\pi k} \times [\Theta(t_i) - \Theta(t_{n-1})] \quad (1.37)$$

où

Θ est la différence adimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits

m est l'index pour les périodes de charges agrégées

n est l'index pour les heures non agrégées

\bar{Q} est la moyenne des taux de transfert de chaleur agrégés par unité de longueur (W/m)

Q est le taux de transfert de chaleur horaire par unité de longueur (W/m)

T est la température après i heures d'opération (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

t est le temps (h)

i est le nombre d'heures d'opération (h)

M est le nombre de périodes p contenues dans le nombre d'heures d'opération i

p est la durée de la période d'agrégation ($p = 730$ heures)

Bernier (2001) s'intéresse au concept d'agrégation des charges décrit par Yavuzturk et l'utilise en ne considérant qu'une seule période d'agrégation. Il fait cependant varier le nombre d'heures non agrégées de 168 à 1344 heures. Il obtient des résultats similaires à ceux obtenus par Yavuzturk.

1.13 Agrégation de charges multiples

Pinel (2003) et Bernier et *al.* (2004) proposent une amélioration à la méthode préconisée par Yavuzturk qui permet d'effectuer les calculs à l'aide d'un algorithme d'agrégation de charges multiples (Multiple Load Aggregation Algorithm – MLAA). Cette méthode considère non pas une seule période d'agrégation, mais 4 périodes représentant les charges de l'ordre quotidien (d), hebdomadaire (w), mensuel (m) et annuel (y), diminuant ainsi les transitions brusques entre les heures non agrégées et les périodes d'agrégation. La Figure 1.14 montre qu'il faut considérer la charge moyenne durant ces 4 périodes (N_y , N_m , N_w et N_d), alors que durant la période horaire, il faut considérer chacune des charges.

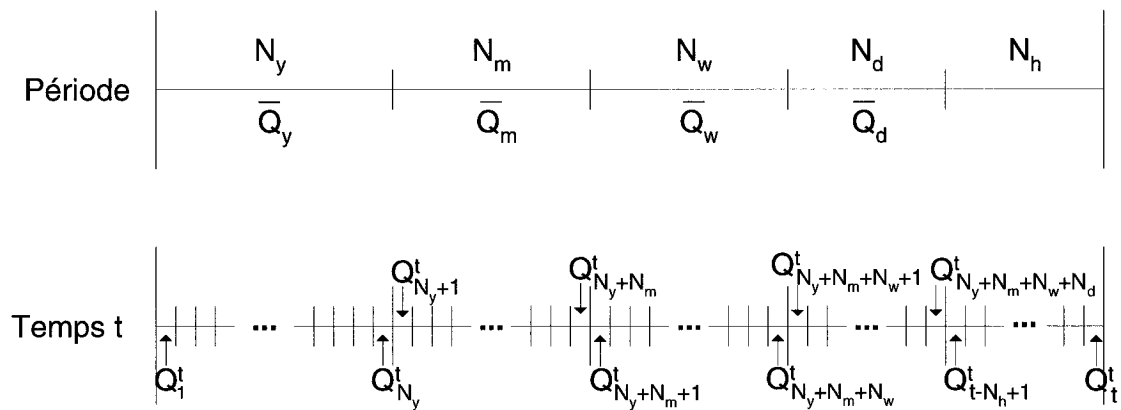


Figure 1.14 Représentation de l'agrégation des charges

L'équation suivante décrit l'algorithme d'agrégation de charges développé par Pinel.

$$\begin{aligned}
T_{f,t} = T_0 - \frac{Q_t R_b}{L} - \frac{1}{kL} & \left(\overline{Q}_{y,t} [A - B] + \overline{Q}_{m,t} [B - C] + \overline{Q}_{w,t} [C - D] + \overline{Q}_{d,t} [D - F_1] \right. \\
& \left. + Q_{t-N_h+1} [F_1 - F_2] + Q_{t-N_h+2} [F_2 - F_3] + \dots + Q_{t-1} [F_{N_h-1} - F_{N_h}] + Q_t [F_{N_h}] \right) \\
\text{où} & \\
A = G(Fo_{t=t}), B = G(Fo_{t=t-N_y}), C = G(Fo_{t=t-N_y-N_m}), D = G(Fo_{t=t-N_y-N_m-N_w}) & \\
F_1 = G(Fo_{t=N_h}), F_2 = G(Fo_{t=N_h-1}), F_3 = G(Fo_{t=N_h-2}), \dots, F_{N_h} = G(Fo_{t=1}) &
\end{aligned} \tag{1.38}$$

où

$\overline{Q}_{i,t}$ est le taux de transfert de chaleur moyen du sol pour chaque période d'agrégation ($i=d, w, m$ et y) (W)

Q_j est le taux de transfert de chaleur horaire du sol non agrégée (W)

$T_{f,t}$ est la température du fluide dans le puits (°C)

Q_t est le taux de transfert de chaleur moyen (W)

R_{puits} est la résistance thermique équivalente d'un puits (°C·m/ W)

L est la longueur du puits (m)

k est la conductivité thermique du sol (W/m·°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

N_h est le nombre d'heures de l'historique thermique récent (h)

N_d est le nombre d'heures de la période « quotidienne » (h)

N_w est le nombre d'heures de la période « hebdomadaire » (h)

N_m est le nombre d'heures de la période « mensuelle » (h)

N_y est le nombre d'heures de la période « annuelle » (h)

$G(Fo_t)$ est la solution analytique de la source cylindrique pour $p=1$

Cette équation peut également être présentée de la façon suivante :

$$T_{f,t} = T_0 - \frac{q_t R_{puits}}{L} - \frac{1}{kL} (AACM) \tag{1.39}$$

Noter que l'équation 1.38 présentée par Pinel comporte une erreur. Le terme E est de trop. Il faut redéfinir les termes F_1 , F_2 et F_3 de la façon suivante : $F_1 = G(Fo_{t=N_h})$, $F_2 = G(Fo_{t=N_h-1})$ et $F_3 = G(Fo_{t=N_h-2})$. Le terme E dans l'équation 1.38 de Pinel doit être remplacé par F_1 , le terme F_1 par F_2 et le terme F_2 par F_3 .

Cet algorithme d'agrégation de charges multiples permet non seulement de réduire le temps de simulation, mais aussi d'obtenir des résultats plus précis que ceux obtenus avec les méthodes proposées par Yavuzturk (1999) et Bernier (2001). Cette méthode est utilisée dans le cadre de ce travail. La section 2.2.2 présente la façon dont cette méthode est utilisée et donne plus de détails sur la façon de calculer N_h , N_d , N_w , N_m et N_y .

CHAPITRE 2

DESCRIPTION DU MODÈLE

2.1 Mise en contexte

Le modèle développé dans le cadre de cette étude permet de générer des facteurs de réponse (« g-fonctions ») en fonction du temps pour un champ de puits géothermiques verticaux. La solution analytique de la source linéique finie proposée par Lamarche et Beauchamp (2007b) ainsi que l'agrégation de charges multiples proposée par Pinel (2003) sont utilisés dans l'élaboration du modèle proposé. Ce modèle permet en fait de calculer la différence θ entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits. Cette méthode s'applique pour des configurations géométriques de champs non-standards et pour des taux de transfert thermique qui varient d'un puits à l'autre.

Les sections ci-dessous décrivent en détail la méthodologie utilisée dans le modèle proposé. Premièrement, le calcul pour un champ de puits ayant une charge égale et constante est expliqué. Ensuite, les procédures à suivre pour des charges différentes pour chaque puits et pour des charges variables dans le temps sont présentées.

Ce travail vise également à déterminer la distribution de température dans le champ de puits. La section 2.2.3 décrit la façon dont cette distribution est obtenue.

Finalement, la section 2.3 présente la façon dont cette méthodologie est implémentée dans les progiciels FORTRAN et EES.

2.2 Méthodologie

Les sections suivantes décrivent la méthodologie utilisée pour la méthode proposée. La section 2.2.1 décrit le cas où le taux de chaleur est constant, la section 2.2.2, le cas où il est variable et la section 2.2.3 décrit la procédure à suivre pour déterminer la distribution de température dans le champ.

2.2.1 Taux de transfert de chaleur constant

Par taux de transfert de chaleur constant, on entend une charge qui ne varie pas dans le temps. Cette situation est rencontrée, par exemple, dans les applications de chauffage ou de refroidissement de procédés industriels. La section 2.2.1.1 traite du cas où le champ ne comporte qu'un seul puits. Les sections 2.2.1.2 et 2.2.1.3 décrivent la méthodologie pour un champ comportant plusieurs puits ayant chacun une charge identique et ayant une charge différente, respectivement. Ce dernier cas est rencontré, par exemple, lorsque chaque puits est utilisé pour un procédé différent.

2.2.1.1 Champ comportant un seul puits

Tel que mentionné à la section 1.10, la différence adimensionnelle θ entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits est donnée par l'équation 2.1.

$$\Theta_{SLF-mod} = \int_{\beta}^{\sqrt{\beta^2+1}} \frac{erfc(yz)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_A - \int_{\sqrt{\beta^2+1}}^{\sqrt{\beta^2+4}} \frac{erfc(yz)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_B \quad (2.1)$$

où

$$D_A = \sqrt{\beta^2 + 1} erfc(y\sqrt{\beta^2 + 1}) - \beta erfc(y\beta) - \frac{e^{-y^2(\beta^2+1)} - e^{-y^2\beta^2}}{y\sqrt{\pi}} \quad (2.2)$$

$$D_B = \frac{\sqrt{\beta^2 + 1} \operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{\beta^2 + 1}) - 0,5(\beta \operatorname{erfc}(\gamma \beta) + \sqrt{\beta^2 + 4} \operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{\beta^2 + 4}))}{\gamma \sqrt{\pi}} \quad (2.3)$$

$\Theta_{SLF-mod}$ est la différence adimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits ($\Theta = 2\pi k \theta / Q$)

$\theta_{SLF-mod}$ est la différence dimensionnelle entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits ($^{\circ}\text{C}$)

k est la conductivité thermique du sol ($\text{W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}$)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

β est le rayon adimensionnel du puits ($\beta = r/H$)

r est la distance radiale du point considéré (m)

H est la profondeur du puits (m)

γ est le ratio $1/(2\sqrt{F_o})$

z est la coordonnée verticale (m)

F_o est le nombre de Fourier ($\alpha t/H^2$)

t est le temps (s)

α est la diffusivité thermique du sol (m^2/s)

Dans le cas où le champ ne comporte qu'un seul puits, il suffit d'utiliser directement les équations présentées ci-dessus en remplaçant r par r_b . Le calcul de façon dimensionnelle se fait avec l'équation suivante :

$$\theta_{SLF-mod} = \frac{Q}{2\pi k} \left[\int_{\beta}^{\sqrt{\beta^2 + 1}} \frac{\operatorname{erfc}(\gamma z)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_A - \int_{\sqrt{\beta^2 + 1}}^{\sqrt{\beta^2 + 4}} \frac{\operatorname{erfc}(\gamma z)}{\sqrt{z^2 - \beta^2}} dz - D_B \right] \quad (2.4)$$

2.2.1.2 Champ comportant plusieurs puits

Dans le cas où un champ de plusieurs puits est à l'étude, il faut recourir à la technique de superposition spatiale afin d'obtenir la moyenne entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi de tous les puits du champ, $\bar{\theta}_{champ}$. Cette valeur est donnée par :

$$\bar{\theta}_{champ} = \frac{1}{n_b} \sum_{j=1}^{n_b} \theta_{j,champ} \quad (2.5)$$

La différence de température à la paroi d'un puits « j » situé dans un champ de plusieurs puits, $\theta_{j,champ}$, est égale à la somme de la différence de température causée par ce puits, telle que calculée avec l'équation 2.1, et de l'interférence thermique (ou la pénalité de température T_p) causée par chacun des autres puits. Cette deuxième composante est calculée à l'aide de l'équation 2.1, mais en remplaçant r_b par la distance qui sépare deux puits. Ces deux composantes sont ensuite additionnées à l'aide de l'équation suivante :

$$\theta_{j,champ} = \theta_{b-j} + \sum_{i=1, i \neq j}^{n_b} \theta_{i-j} \quad (2.6)$$

où

$\theta_{j,champ}$ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits j causée par tous les puits du champ (°C)

θ_{b-j} est la différence de température à la paroi du puits j causée par le puits j lui-même (°C)

θ_{i-j} est la différence de température à la paroi du puits j causée par le puits i (°C)

n_b est le nombre de puits dans le champ

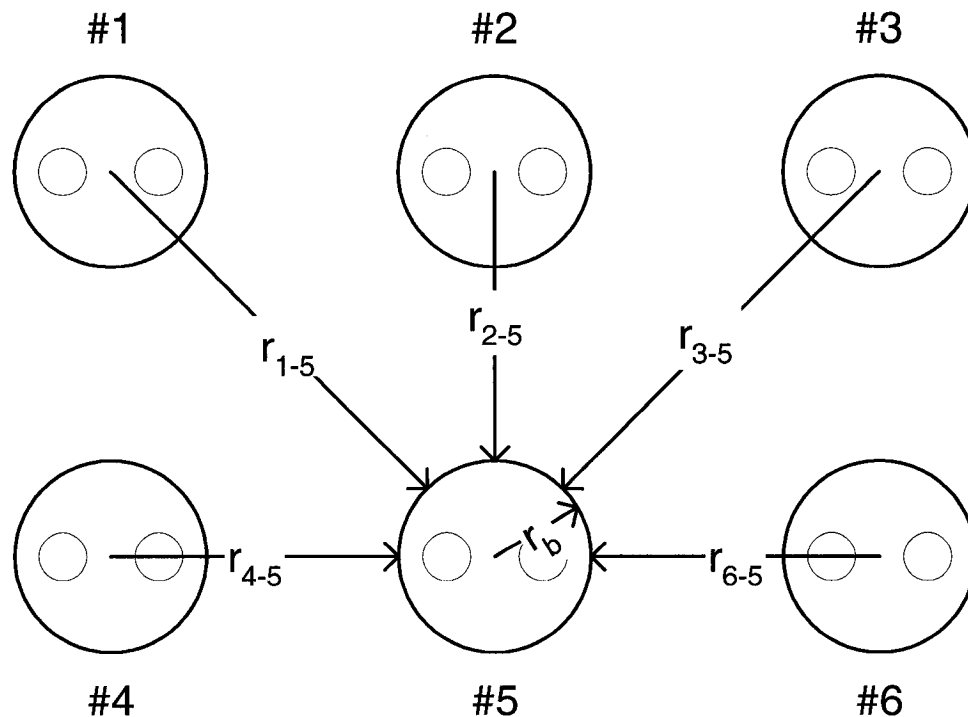


Figure 2.1 Calcul de la température à la paroi du puits #5 dans un champ de 6 puits

En se servant de la Figure 2.1 à titre d'exemple, la procédure à suivre pour calculer $\bar{\theta}_{champ}$ est la suivante :

1. Calculer la différence de température à la paroi du puits #5 causée par le puits #5 (θ_{b-5}) avec l'équation 2.1 en remplaçant r par r_b .
2. Calculer la différence de température à la paroi du puits #5 causée par le puits #1 (θ_{1-5}) avec l'équation 2.1 en remplaçant r par la distance entre le puits #5 et le puits #1 (r_{1-5} sur la Figure 2.1).
3. Répéter l'étape 2 pour les puits #2, 3, 4 et 6.
4. Additionner θ_{b-5} , θ_{1-5} , θ_{2-5} , θ_{3-5} , θ_{4-5} et θ_{6-5} pour obtenir la différence de température à la paroi du puits #5 θ_5 avec l'équation 2.6.
5. Répéter les étapes 1 à 4 pour les puits #1, 2, 3, 4 et 6.
6. Calculer la moyenne de la différence de température à la paroi des puits avec l'équation 2.5.

L'organigramme de la Figure 2.2 présente schématiquement la procédure décrite ci-dessus.

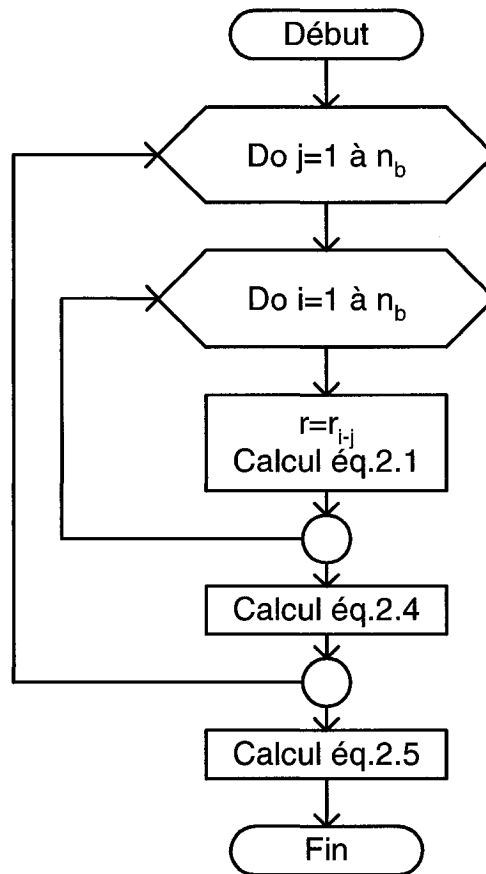


Figure 2.2 Organigramme de la procédure à suivre pour le calcul de θ pour un champ comportant plusieurs puits

La procédure décrite permet de calculer θ pour un champ de configuration quelconque. Dans le cas où le champ est symétrique, cette procédure peut être simplifiée afin d'accélérer l'exécution des calculs. Par exemple, pour une configuration telle que celle présentée à la Figure 2.1, il faut effectuer les étapes 1 à 4 pour les puits 4 et 5. Ensuite, θ_5 doit être multiplié par 2 et θ_4 par 4. Finalement, la somme de ces 2 valeurs doit être divisée par le nombre de puits.

2.2.1.3 Champ comportant plusieurs puits avec taux de transfert de chaleur différent (mais constant) pour chaque puits

Toujours en utilisant la Figure 2.1, la procédure à suivre pour calculer $\bar{\theta}_{champ}$ dans ce cas-ci est la suivante :

1. Calculer la différence de température à la paroi du puits #5 causée par le puits #5 (θ_{b-5}) avec l'équation 2.1 en remplaçant r par r_b et en remplaçant Q par Q_5 .
2. Calculer la différence de température à la paroi du puits #5 causée par le puits #1 (θ_{1-5}) avec l'équation 2.1 en remplaçant r par la distance entre le puits #5 et le puits #1 et Q par Q_1 .
3. Répéter l'étape 2 pour les puits #2, 3, 4 et 6.
4. Additionner θ_{b-5} , θ_{1-5} , θ_{2-5} , θ_{3-5} , θ_{4-5} et θ_{6-5} pour obtenir la différence de température à la paroi du puits #5 θ_5 avec l'équation 2.6.
5. Répéter les étapes 1 à 4 pour les puits #1, 2, 3, 4 et 6.
6. Calculer la moyenne de la différence de température à la paroi des puits avec l'équation 2.5.

2.2.2 Taux de transfert de chaleur variable

Le calcul pour un taux de transfert de chaleur variable (dans le temps) est effectué en utilisant l'algorithme d'agrégation de charges multiples développé par Pinel (2003) et décrit à la section 1.11. Cet algorithme est modifié pour utilisation avec l'équation analytique de la source linéique finie. L'équation 2.7 montre les résultats de ces modifications :

$$\theta_t = \frac{1}{2\pi k} \left(\bar{Q}_{y,t} [A - B] + \bar{Q}_{m,t} [B - C] + \bar{Q}_{w,t} [C - D] + \bar{Q}_{d,t} [D - F_1] \right. \\ \left. + Q_{t-N_h+1} [F_1 - F_2] + Q_{t-N_h+2} [F_2 - F_3] + \dots + Q_{t-1} [F_{N_h-1} - F_{N_h}] + Q_t [F_{N_h}] \right) \quad (2.7)$$

où

$$A = \Theta_{t=t}, B = \Theta_{t=t-N_y}, C = \Theta_{t=t-N_y-N_m}, D = \Theta_{t=t-N_y-N_m-N_w}, F_1 = \Theta_{t=N_h}, \\ F_2 = \Theta_{t=N_h-1}, F_3 = \Theta_{t=N_h-2}, \dots, F_{N_h} = \Theta_{t=1}$$

où

$\bar{Q}_{i,t}$ est le taux de transfert de chaleur moyen par unité de longueur pour chaque période d'agrégation ($i=d, w, m$ et y) (W/m)

Q_j est le taux de transfert de chaleur horaire (non agrégé) par unité de longueur (W/m)

k est la conductivité thermique du sol (W/m·°C)

N_h est le nombre d'heures de l'historique thermique récent (h)

N_d est le nombre d'heures de la période « quotidienne » (h)

N_w est le nombre d'heures de la période « hebdomadaire » (h)

N_m est le nombre d'heures de la période « mensuelle » (h)

N_y est le nombre d'heures de la période « annuelle » (h)

Les valeurs de N_h , N_d , N_w , N_m et N_y sont basées sur les recommandations de Pinel. Ces valeurs sont données au tableau 2.1.

Tableau 2.1 Évolution de l'algorithme d'agrégation multiple

Temps (t)	N_y $t - N_m - N_w - N_d - N_h$	N_m	N_w	N_d	N_h
$1 \leq t < X_h$	0	0	0	0	t
$X_h \leq t < X_h + X_d$	$t - X_h$	0	0	0	X_h
$X_h + X_d \leq t < X_h + X_d + X_w$	$t - X_h - X_d$	0	0	X_d	X_h
$X_h + X_d + X_w \leq t < X_h + X_d + X_w + X_m$	$t - X_h - X_d - X_w$	0	X_w	X_d	X_h
$X_h + X_d + X_w + X_m \leq t$	$t - X_h - X_d - X_w - X_m$	X_m	X_w	X_d	X_h

Les valeurs suivantes ont été utilisées pour les durées des périodes d'agrégation :

$X_h = 24$ heures

$X_d = 48$ heures

$X_w = 168$ heures

$X_m = 360$ heures

2.2.2.1 Taux de transfert de chaleur variable et différent pour chaque puits

Tout comme pour le cas précédent l'algorithme d'agrégation de charges multiples doit être utilisé. En se servant de la Figure 2.1 comme exemple, la procédure à suivre pour calculer $\bar{\theta}_{champ}$ après M heures d'opération est la suivante :

1. Calculer les valeurs de N_y , N_m , N_w , N_d et N_h à l'aide du tableau 2.1.
2. Calculer les termes A , B , C , D et F_1 à F_{24} de l'équation 2.7 à la paroi du puits #5 causée par le puits #5 (θ_{b-5}) avec l'équation 2.4 en remplaçant r par r_b et en remplaçant y et Q par les valeurs définies à l'équation 2.7.
3. Calculer les termes A , B , C , D et F_1 à F_{24} de l'équation 2.7 à la paroi du puits #5 causée par le puits #1 (θ_{1-5}) avec l'équation 2.4 en remplaçant r par la

distance entre le puits #5 et le puits #1 ainsi que γ et Q par les valeurs définies à l'équation 2.7.

4. Répéter l'étape 3 pour les puits #2, 3, 4 et 6.
5. Additionner θ_{b-5} , θ_{1-5} , θ_{2-5} , θ_{3-5} , θ_{4-5} et θ_{6-5} pour obtenir la différence de température à la paroi du puits #5 (θ_5) avec l'équation 2.6.
6. Répéter les étapes 1 à 5 pour les puits #1, 2, 3, 4 et 6.
7. Calculer la moyenne de la différence de température à la paroi des puits avec l'équation 2.5.

2.2.3 Distribution de température

Le modèle développé permet de déterminer la distribution de température résultante dans le champ de puits. Reprenons l'exemple de la Figure 2.1 montrant un champ comportant 6 puits dans le cas où le taux de transfert de chaleur est variable dans le temps et différent pour chaque puits. La procédure à suivre pour calculer la distribution de température dans le champ après M heures d'opération est la suivante :

1. Générer une grille de points situés aux endroits désirés pour connaître θ dans le champ. (Par exemple, cette grille peut être générée avec 4 points entre chaque puits.)
2. Calculer les valeurs de N_y , N_m , N_w , N_d et N_h à l'aide du tableau 2.1.
3. Calculer les termes A , B , C , D et F_1 à F_{24} de l'équation 2.7 au premier point de la grille causés par le puits #1 avec l'équation 2.4 en remplaçant r par la distance entre le puits #1 et le premier point de la grille et en remplaçant γ et Q par les valeurs définies à l'équation 2.7.
4. Répéter l'étape 3 pour les puits #2, 3, 4, 5 et 6.
5. Répéter les étapes 3 et 4 pour chacun des points de la grille.

Suite à cette procédure, la valeur de θ est connue aux puits mais aussi à un certain nombre de points entre les puits. En utilisant un logiciel de traçage d'iso

contour il est alors possible de tracer les isothermes résultantes. La Figure 2.3 montre un exemple de la distribution de température (de façon dimensionnelle) réalisé avec cette procédure pour un champ de 100 puits (10x10) en régime permanent et en utilisant les paramètres donnés au tableau 2.2. Dans le cas de cette figure les fonctions de traçage de courbes de EES sont utilisées et les iso contours sont obtenus à l'aide d'une extrapolation polynomiale bi-quadratique.

Tableau 2.2 Paramètres utilisés en rapport avec la Figure 2.3

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé dans le sol par unité de longueur (identique pour chaque puits)	22 W/m
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,05 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur du puits	100 m
B Distance entre les puits	10 m

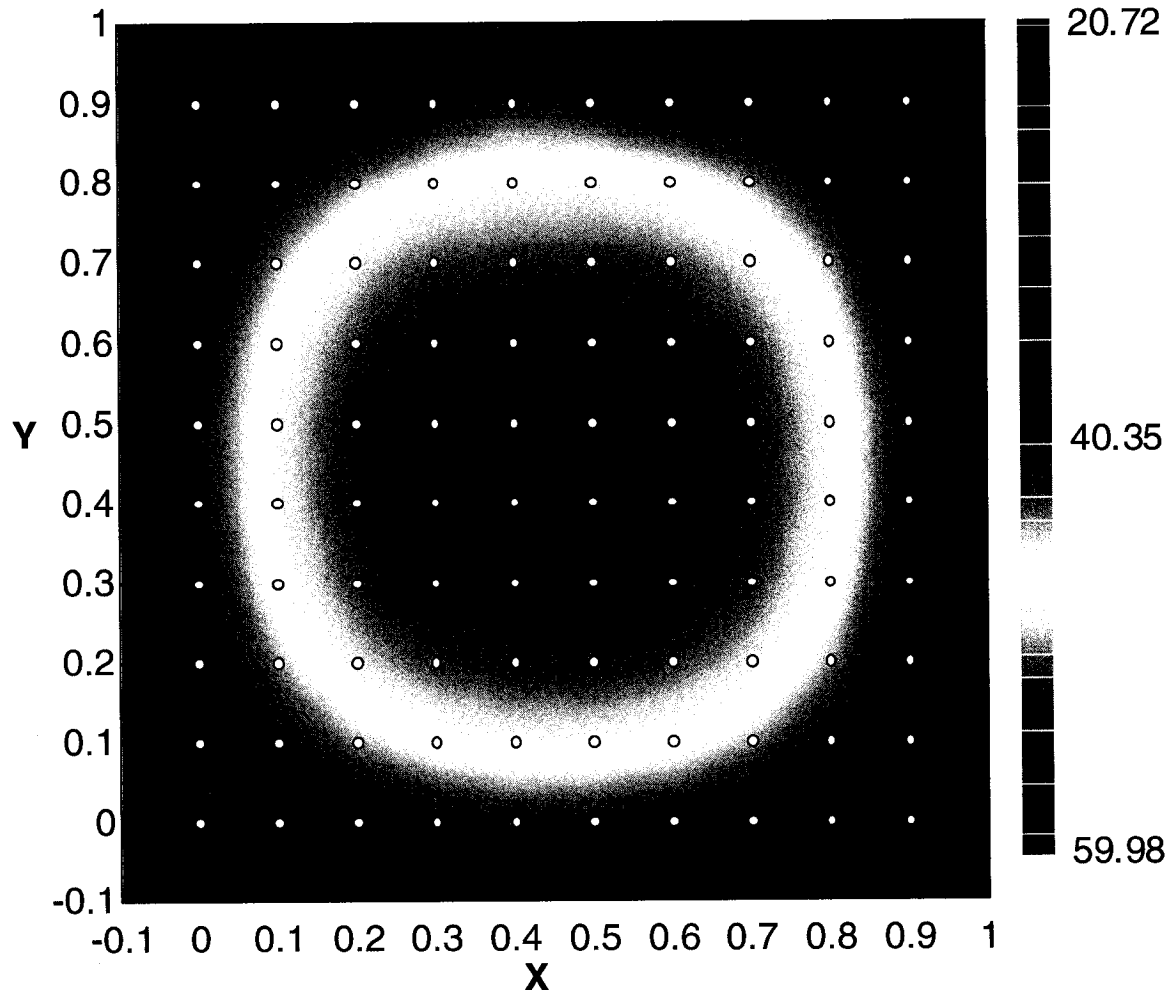


Figure 2.3 Distribution de température (dimensionnelle) en régime permanent pour un champ de 100 puits (10x10) ayant un ratio $B/H=0,1$

Cette figure permet de localiser les points où θ est élevé. Puisque Q est identique pour chaque puits, la distribution de température est symétrique par rapport au centre du champ. Tel que prévu, θ le plus élevé se trouve au centre et le plus faible aux quatre coins.

2.3 Implémentation de la méthodologie en code FORTRAN et EES

Une partie de la méthodologie décrite ci-dessus est implémentée en code FORTRAN puisque ce progiciel permet une exécution rapide. L'autre partie est codée dans EES puisque ce progiciel est convivial et permet de visualiser facilement les résultats obtenus sous forme de tableaux et/ou de graphiques.

Les équations 2.1, 2.2 et 2.3 présentées à la section 2.2.1.1 sont implémentées en code FORTRAN. Une bibliothèque de liens dynamiques (DLL – Dynamic Link Library) est créée avec le progiciel FORTRAN puis elle est appelée par le progiciel EES en tant que fonction provenant d'une routine externe. Les paramètres décrivant le sol, le champ de puits et les charges thermiques ainsi que le temps d'opération du système à l'étude sont fixés dans le progiciel EES. EES a une limite de nombre de variables que l'on peut passer en paramètres à une fonction. C'est pourquoi certains calculs tels que ceux impliquant des champs de plusieurs puits ainsi que ceux reliés à l'algorithme d'agrégation de charges multiples sont effectués dans le progiciel EES. Les calculs des θ pour les différents temps (A , B , C , D et F_1 à F_{24} dans l'équation 2.7) sont effectués dans le progiciel FORTRAN. La superposition spatiale et l'agrégation de charges multiples sont effectuées dans le progiciel EES. La Figure 2.4 présente les entrées et sorties du progiciel FORTRAN.

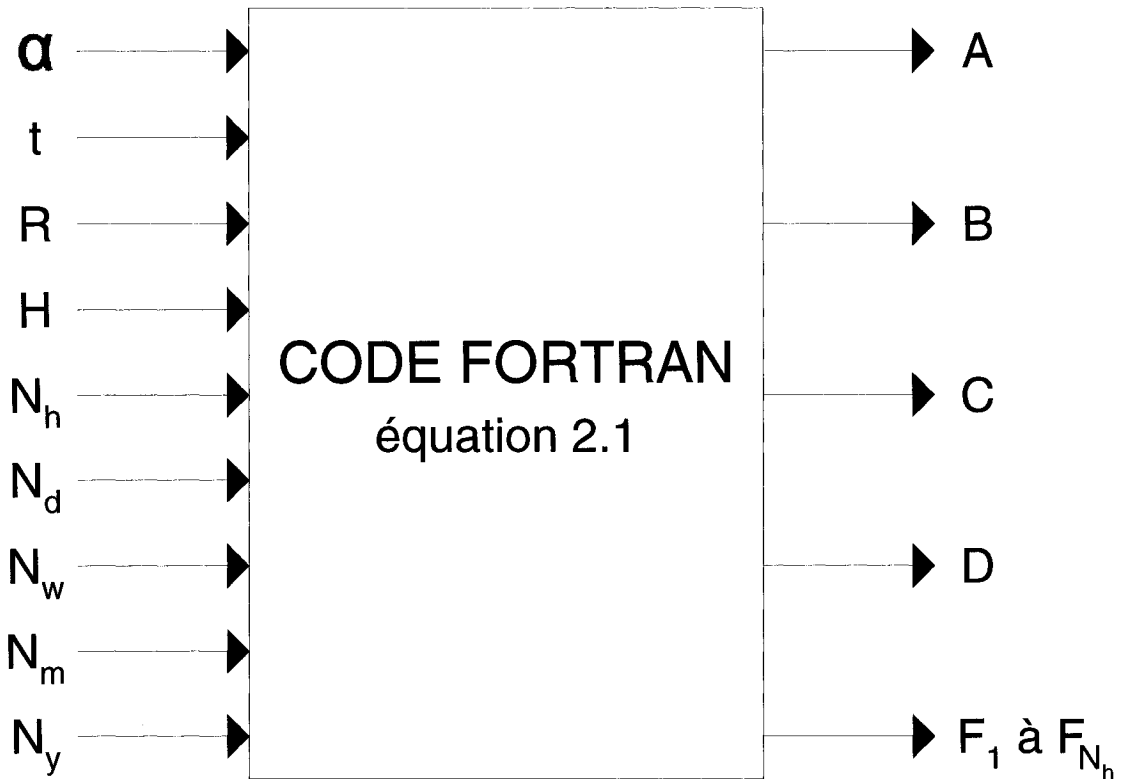


Figure 2.4 Entrées et sorties du progiciel FORTRAN

La résolution de la fonction d'erreur complémentaire $\text{erfc}(x)$, utilisée dans l'équation 2.1, est disponible dans la librairie MSIMSLMS de FORTRAN. Il faut donc inclure cette librairie au code avant d'utiliser cette fonction. Cependant, dans l'implémentation du code, la fonction $\text{erfc}(x)$ disponible dans cette librairie n'est pas utilisée pour toutes les valeurs de x , car il a été noté que le temps d'exécution est extrêmement long pour les courts pas de temps (et donc de valeurs élevées de x). Une analyse approfondie de ce qui pouvait causer ces temps d'exécution très longs montre que FORTRAN prend beaucoup de temps à évaluer la fonction $\text{erfc}(x)$ pour des valeurs de x faisant tendre la fonction vers 0, donc pour $x > 2$. Une approximation de la fonction $\text{erfc}(x)$, décrite à l'annexe B est donc utilisée dans ces cas-là.

CHAPITRE 3

RÉSULTATS ET VALIDATION DU MODÈLE PROPOSÉ

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, les résultats obtenus avec le modèle proposé sont présentés et comparés à d'autres modèles ou techniques décrits au chapitre 1. Les simulations et comparaisons suivantes sont présentées :

1. Le modèle proposé est comparé aux modèles de sources linéique et cylindrique infinies.
2. Les résultats obtenus avec la méthode proposée sont comparés à ceux obtenus par Eskilson (1987) pour des champs de 1, 2 (2x1), 3 (3x1), 32 (8x4) et 100 (10x10) puits.
3. L'exemple donné par Zeng et *al* (2002) où θ est calculé pour un puits en particulier d'un champ 2x3 est repris et les résultats sont comparés à ceux obtenus par ces derniers.
4. La distribution de température pour des champs de 2 (2x1), 3 (3x1), 32 (8x4) et 100 (10x10) puits ayant des charges dont l'amplitude est différente à chacun des puits est calculée et représentée graphiquement.
5. Une simulation horaire pour une durée d'opération d'un an a été effectuée pour un puits avec des profils de charges symétrique et asymétrique. Ce test a pour but de valider l'algorithme d'agrégation de charges multiples (AACM) par rapport à la superposition temporelle classique.
6. Le modèle proposé a été comparé au modèle DST de TRNSYS (Klein et *al.*, 2004) et au modèle développé par Pinel (2003) pour un champ de 100 puits (10x10).

7. La méthode proposée a été utilisée pour simuler un champ de 32 puits (8x4) ayant un profil de charges asymétrique dont l'amplitude n'est pas identique à chaque puits.

De plus, la section 3.9 donne une indication du temps de calcul.

Pour simplifier l'écriture, l'expression « charge » sera utilisée dans ce chapitre. Elle remplace l'expression « taux de transfert de chaleur ».

3.2 Comparaison avec les modèles de sources linéique et cylindrique infinies

Les résultats obtenus avec le modèle proposé pour la source linéique finie (SLF) pour un seul puits sont comparés à ceux obtenus avec les modèles de source linéique infinie (SLI) décrit à la section 1.2 et de source cylindrique infinie (SCI) décrit à la section 1.3. Les paramètres utilisés pour ces simulations sont présentés au tableau 3.1.

Tableau 3.1 Paramètres utilisés pour la comparaison avec la SLI et la SCI

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé dans le sol par unité de longueur	22 W/m
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,05 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur du puits	100 m

La Figure 3.1 montre les valeurs de θ calculées selon ces trois méthodes. La portion supérieure de la Figure 3.1 montre les écarts entre les différents modèles.

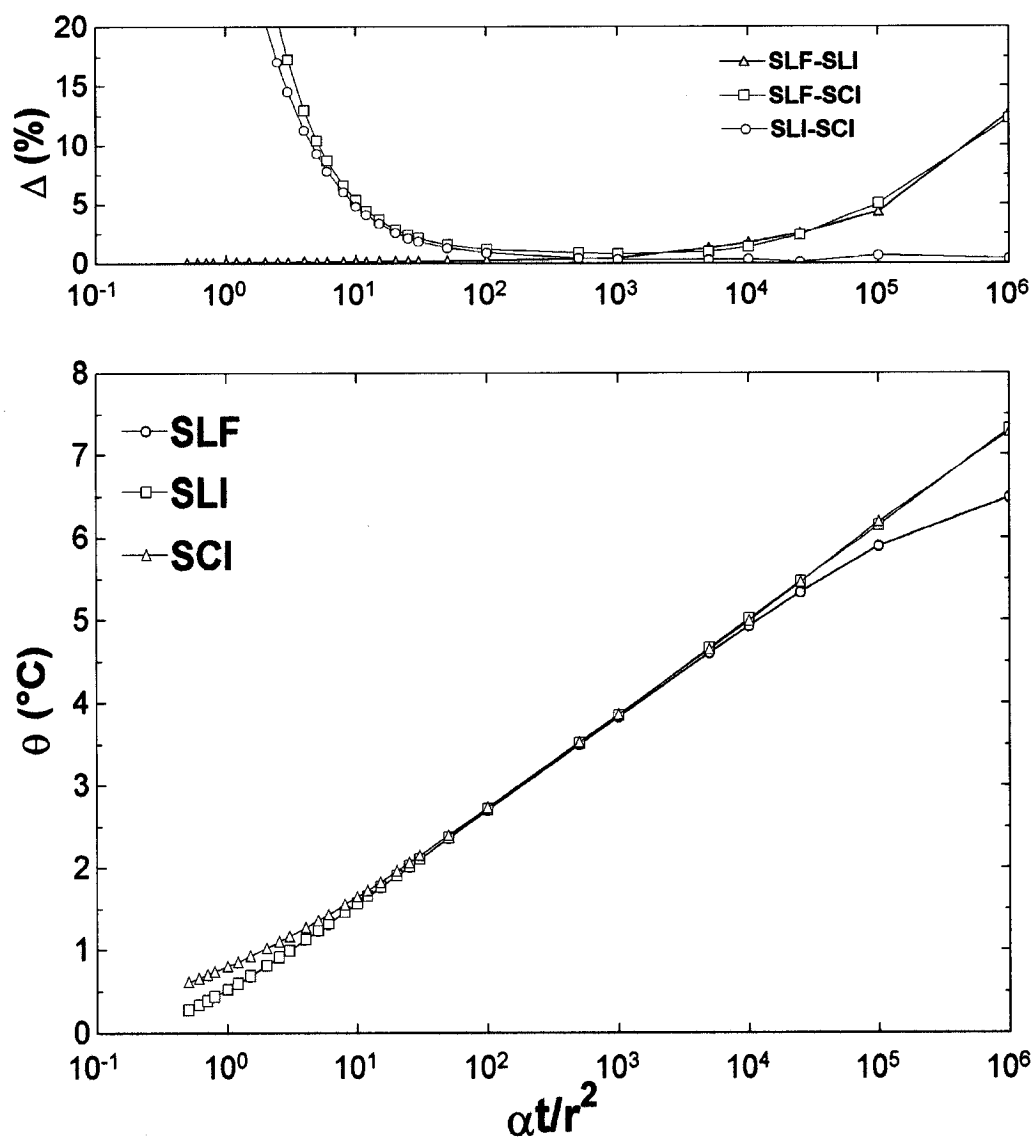


Figure 3.1 θ calculé selon la méthode de la source linéique finie (SLF), la source linéique infinie (SLI) et la source cylindrique infinie (SCI) ainsi que la différence (Δ) entre ces 3 méthodes

Comme le dit leur nom, les méthodes des sources linéique et cylindrique infinies ne tiennent pas compte de la profondeur du puits H . Cela explique que ce graphique est exprimé selon $\alpha t/r^2$ et non selon $\ln(t/t_s)$ comme Eskilson (1987) le fait, car t_s tient compte de la profondeur du puits H .

Les résultats obtenus avec la SLI et ceux obtenus avec la SLF sont à toutes fins utiles identiques jusqu'à $\alpha t/r^2=10^4$ (environ 180 jours ou une demi-année d'opération pour une installation typique). Au-delà de cette valeur, la conduction axiale (selon l'axe du puits) devient importante. Étant donné que la SLI ne tient pas compte de cet effet il n'est pas surprenant de voir l'écart entre les deux modèles augmenter au-delà de cette valeur. Tel que montré sur la portion supérieure de la figure, cet écart est de plus de 2% pour $\alpha t/r^2=10^4$. Ces deux courbes ont une pente constante pour $10^1 < \alpha t/r^2 < 10^4$ (correspondant à $2,5 \times 10^{-2} < r^2/4\alpha t < 2,5 \times 10^{-5}$). Or pour cette gamme de $r^2/4\alpha t$, l'équation 1.2 révèle que θ augmente selon une pente constante.

Dans le cas de la source cylindrique infinie, les calculs ont été faits à partir des valeurs tabulées de $G(Fo,1)$ calculées par Bernier et données par Pinel (2003). La différence entre les résultats obtenus à l'aide des équations pour la SCI et la SLF est de moins de 2% pour $5 \times 10^1 < \alpha t/r^2 < 10^4$ (soit de 1 à 180 jours d'opération pour une installation typique).

Ingersoll et *al.* (1954) définissent le critère de validité pour la SLI comme étant $\alpha t/r^2 > 20$ (2×10^1). Ils établissent ce critère de façon à obtenir une différence de moins de 2% par rapport à la SCI, qui est considérée comme étant la solution exacte. La différence, pour $\alpha t/r^2=20$, entre la SLI et la SCI calculée dans le cadre de ce travail est de 2,6%, ce qui corrobore l'affirmation de Ingersoll et *al.* Par ailleurs, Eskilson (1987) définit le critère de validité pour la SLF comme étant $\alpha t/r^2 > 5$ (ou $t > 5r^2/\alpha$). Or la Figure 3.1 montre que la différence entre la SLF et la

SCI est de 10,4% pour $\alpha t/r^2=5$. Ainsi, le critère imposé par Eskilson n'est pas très restrictif.

La Figure 3.2 montre les mêmes résultats que ceux de la Figure 3.1, mais pour $\alpha t/r^2 < 10^2$.

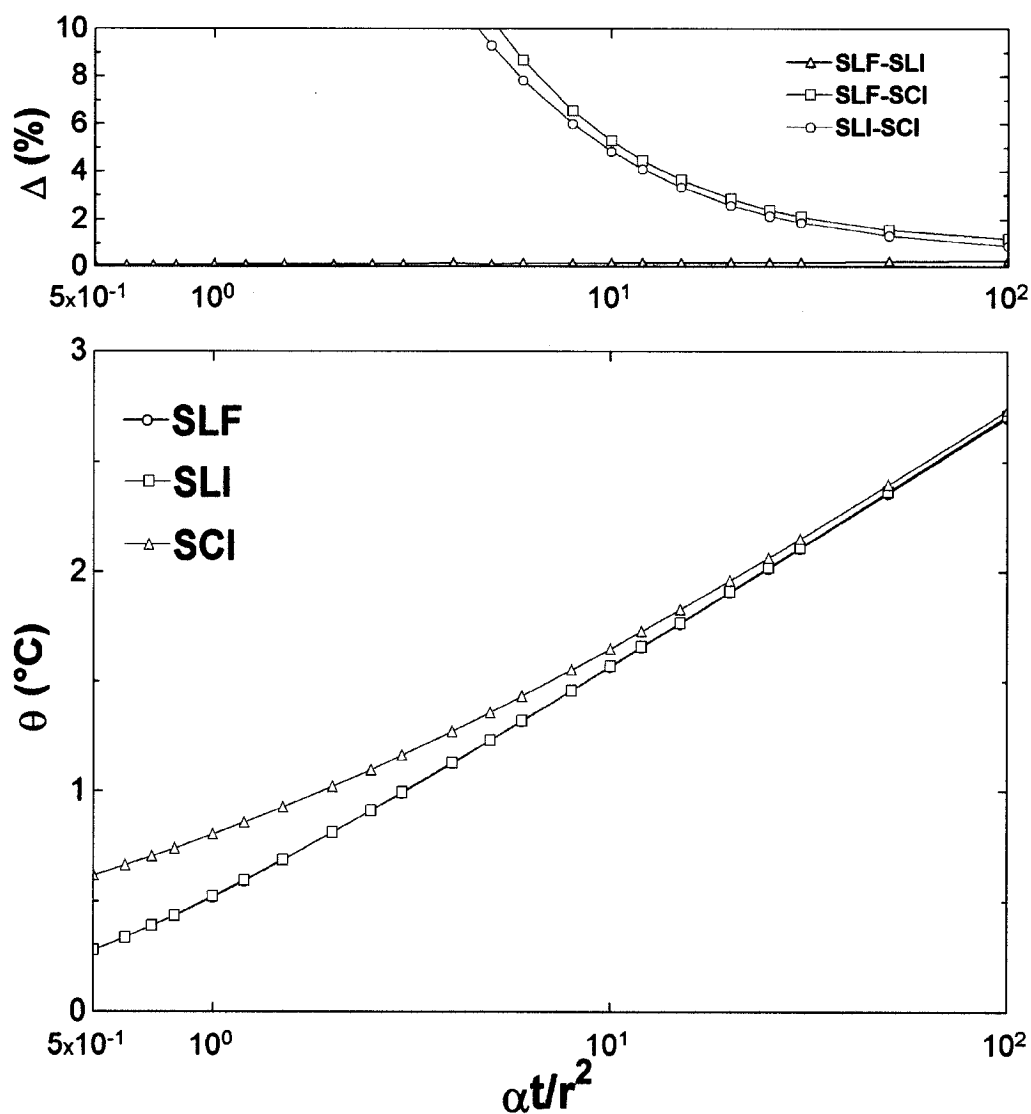


Figure 3.2 Vue agrandie de la Figure 3.1

Cette figure montre que les résultats obtenus avec les méthodes de la SLF et la SLI s'éloignent des résultats obtenus avec la SCI pour des petites valeurs de at/r^2 , c'est-à-dire pour des gros diamètres de puits (grand r) et/ou pour de courts temps d'opération (petit t). Par exemple pour $at/r^2=10^{-1}$ (ce qui correspond à environ 4 heures pour un rayon de puits de 5 cm), l'écart est d'environ 5% entre la SCI et les SLI et SLF.

3.3 Comparaison avec les résultats de Eskilson

Les résultats obtenus avec la méthode proposée ont été comparés avec les résultats obtenus par Eskilson (1987) pour un seul puits et pour des champs de 2 (2x1), 3 (3x1), 32 (8x4) et 100 (10x10) puits, et pour des espacements B variés. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux utilisés au tableau 3.1. Les résultats de ces comparaisons sont montrés aux Figures 3.3 à 3.7. Il est utile de rappeler que le rapport t/t_s est un temps adimensionnel où t_s est donné par $H^2/9\alpha$. La région où $t=t_s$ est donc un temps caractéristique où il y a une transition entre le régime transitoire et le début du régime permanent. Le début du régime transitoire est caractérisé par une augmentation à peu près linéaire de θ , alors que pour des valeur élevée de $\ln(t/t_s)$, θ est presque constant. La valeur de Q a été fixée de façon à ce que $\frac{Q}{2\pi k} = 1$, et c'est pourquoi la valeur de θ calculée avec la méthode proposée est équivalente à la valeur de Θ (θ adimensionnel) et aux « g-fonctions ».

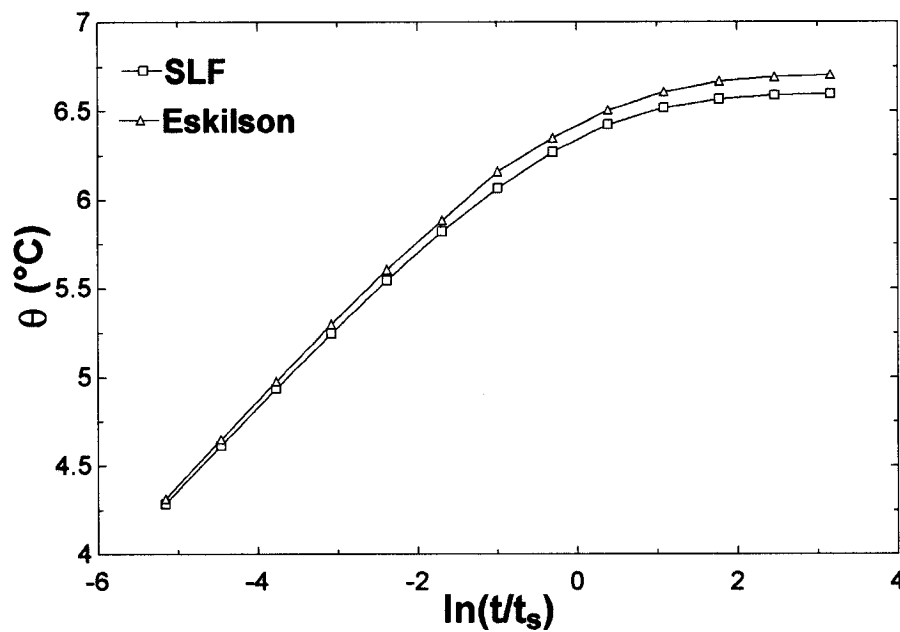


Figure 3.3 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskinon pour un seul puits

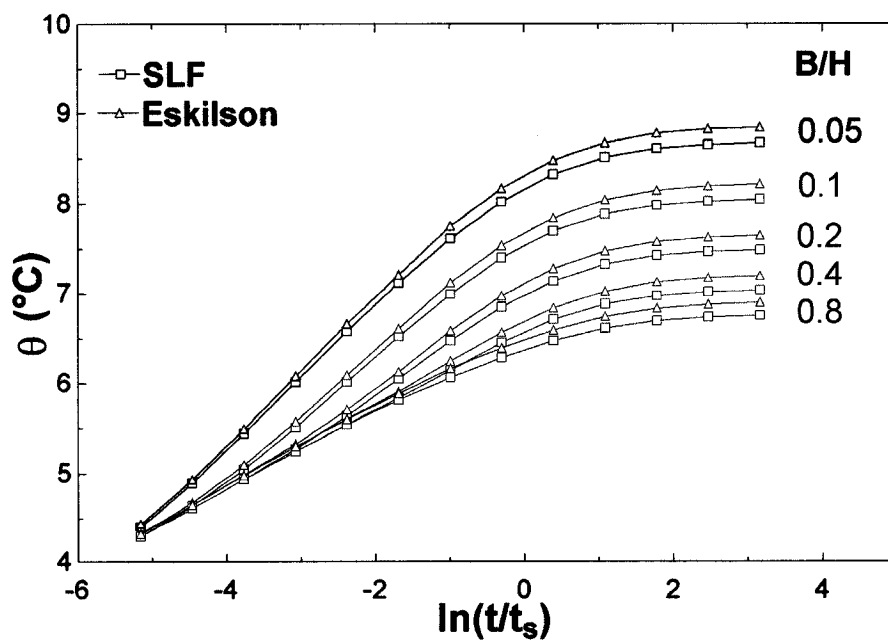


Figure 3.4 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskinon pour un champ de 2 puits (2x1)

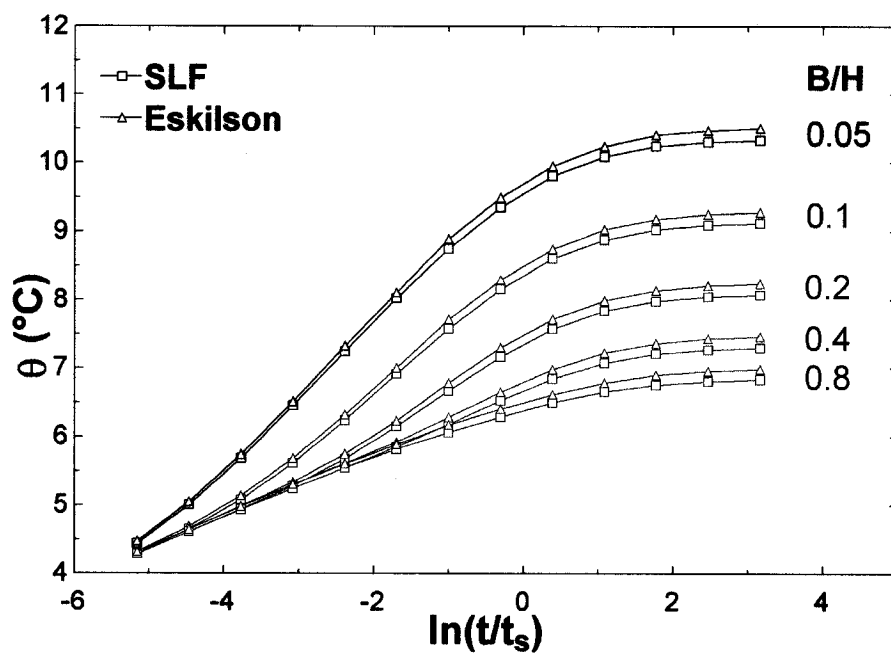


Figure 3.5 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 3 puits (3x1)

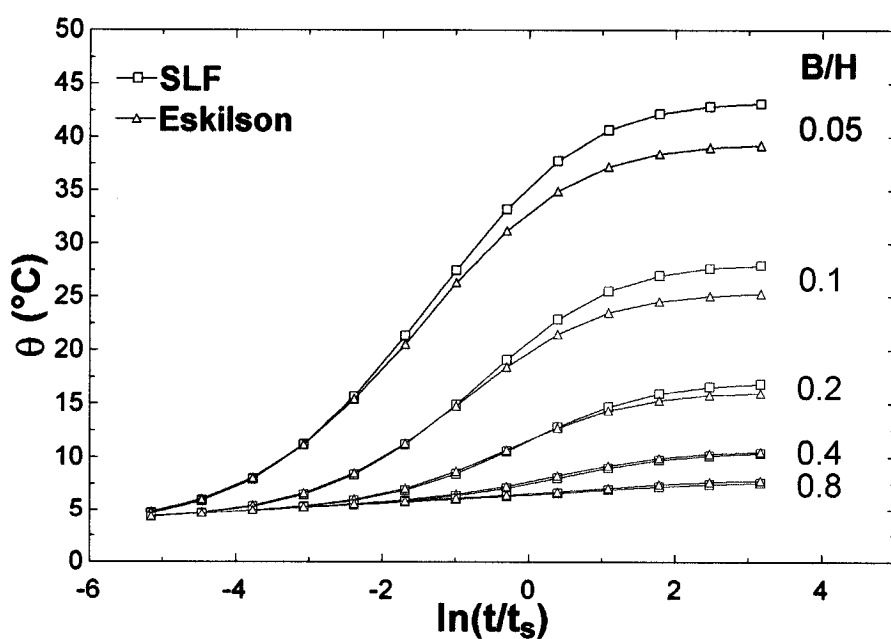


Figure 3.6 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 32 puits (8x4)

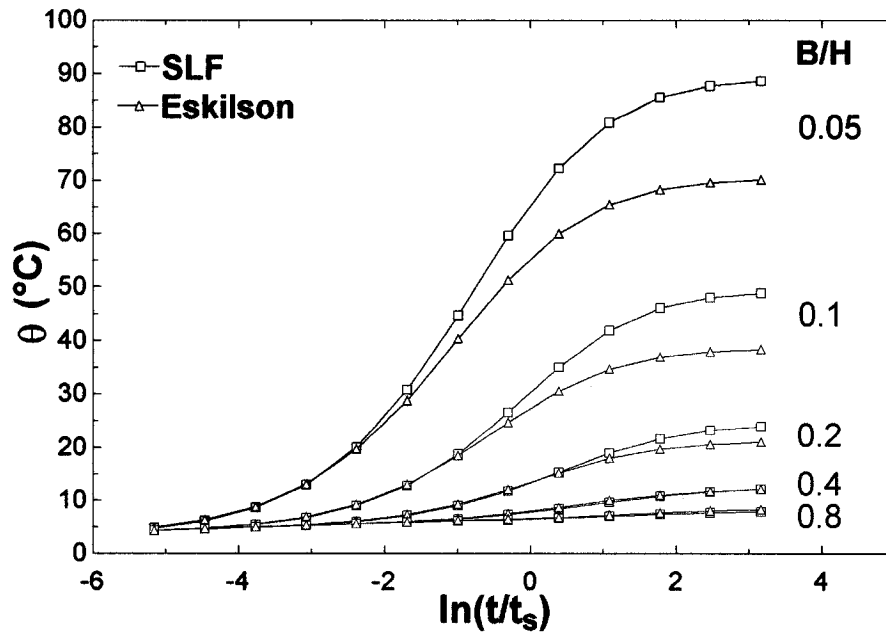


Figure 3.7 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskinon pour un champ de 100 puits (10x10)

Une analyse de ces graphiques révèle que les valeurs de θ des deux approches sont très semblables pour des champs comportant peu de puits ou lorsque l'espacement entre les puits est grand. Ainsi, la différence des θ est de moins de 10% dans tous les cas sauf pour le champ de 100 puits. Dans ce dernier cas, la différence est sous 10% uniquement pour des ratios B/H de 0,4 et 0,8. On observe que les plus gros écarts se produisent en régime permanent pour des faibles ratios B/H . Par exemple, pour $\ln(t/t_s)$ égal à 3,2 (ce qui correspond à environ 620 ans) pour des ratios B/H de 0,05, l'écart est de 10% pour un champ de 32 puits et il est de 26,5% pour un champ de 100 puits.

Le tableau 3.2 présente l'écart pour $\ln(t/t_s)=0$, ce qui correspond à environ 26 années d'opération, et $\ln(t/t_s)=-2,3$, ce qui correspond à environ 2,6 années d'opération. La durée de vie typique d'un système géothermique est d'une vingtaine d'années, ce qui correspond environ à $\ln(t/t_s)=0$. Pour cette durée

d'opération, l'écart le plus élevé est de 19% et se produit pour un champ de 100 puits dont le ratio B/H est de 0,05. Toutefois, l'écart est sous 5% dans la plupart des cas. Pour $\ln(t/t_s)=-2,3$, l'écart est sous 3,4% dans tous les cas analysés.

Tableau 3.2 Écart entre la méthode proposée (SLF) et les « g-fonctions » de Eskilson

		$\ln(t/t_s)=-2,3$ (2,6 ans)	$\ln(t/t_s)=0$ (26 ans)
Champ	B/H (m)	$ \theta_{SLF}-\theta_{Eskilson} $ (%)	$ \theta_{SLF}-\theta_{Eskilson} $ (%)
1	-	0,008	1,166
2x1	0,05	1,272	1,593
2x1	0,1	1,292	1,777
2x1	0,2	1,179	1,780
2x1	0,4	1,203	1,826
2x1	0,8	1,246	1,941
3x1	0,05	0,992	1,296
3x1	0,1	1,367	1,470
3x1	0,2	1,356	1,810
3x1	0,4	1,188	1,849
3x1	0,8	1,246	1,793
8x4	0,05	1,724	8,148
8x4	0,1	2,798	5,490
8x4	0,2	1,998	0,209
8x4	0,4	1,099	2,365
8x4	0,8	1,246	0,792
10x10	0,05	2,015	19,030
10x10	0,1	3,395	11,210
10x10	0,2	2,298	0,145
10x10	0,4	1,083	3,483
10x10	0,8	1,246	2,106

Il est intéressant de noter que pour des champs comportant peu de puits, les valeurs de θ calculées avec la méthode proposée sont inférieures à celles obtenues par Eskilson, alors que pour les champs de 32 et 100 puits, c'est l'inverse pour la plupart des valeurs de B/H .

Les champs de 32 puits (repris à la Figure 3.8 mais à plus grande échelle pour B/H égal à 0,2, 0,4 et 0,8.) sont également dignes de mention.

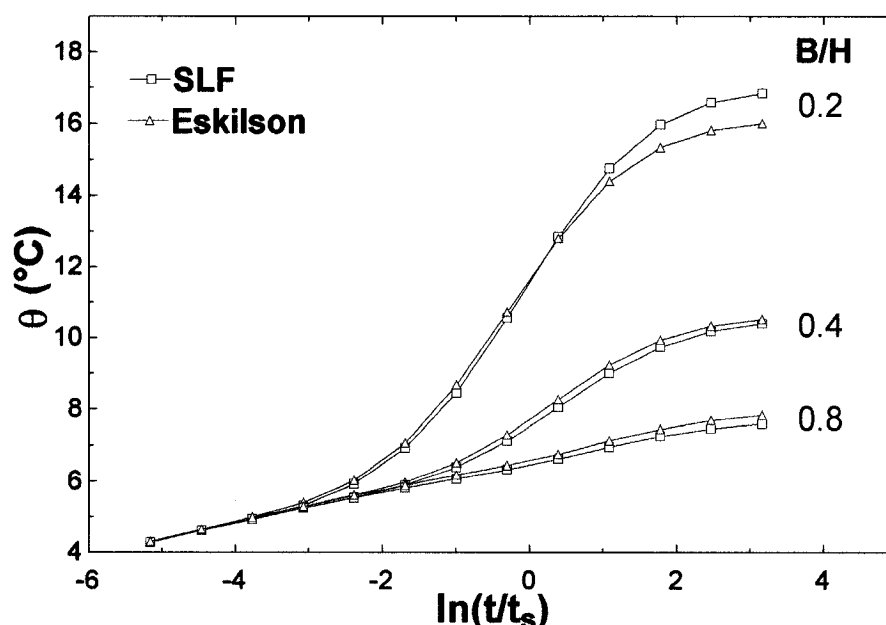


Figure 3.8 Comparaison de la méthode proposée (SLF) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un champ de 32 puits (8x4) avec B/H égal à 0,2, 0,4 et 0,8

On remarque que pour $B/H=0,2$, $\theta_{Eskilson} < \theta_{SLF}$ et pour $B/H=0,4$ et $0,8$, $\theta_{Eskilson} > \theta_{SLF}$ en régime permanent. On voit aussi que pour $B/H=0,2$, il y a croisement des 2 courbes aux alentours de $\ln(t/t_s)=0,4$. Les phénomènes décrits ci-dessus se produisent également pour le champ de 100 puits (10x10). Une analyse plus approfondie est requise pour expliquer ce phénomène.

Pour connaître la valeur de θ pour des valeurs différentes de $Q/2\pi k = 1$, il suffit de multiplier les valeurs lues aux Figures 3.3 à 3.7 par le ratio $Q/2\pi k$. De plus, sur ces figures, les valeurs de θ sont calculées pour un ratio $r_b/H=0,0005$. θ peut être calculé pour des ratios différents en utilisant la relation 1.10 avec une erreur minime. Pour de grandes variations de rayons, il est suggéré de calculer θ avec la méthodologie décrite au chapitre 2. Pour des ratios B/H différents, il faut aussi recourir à la méthodologie du chapitre précédent. Finalement, dans le cas où la charge varie dans le temps, il est possible d'appliquer l'algorithme d'agrégation de charges multiples aux valeurs lues sur ces figures.

Contrairement aux « g-fonctions » de Eskilson qui supposent que la température à la paroi du puits T_b est constante, la méthode proposée suppose que le taux de transfert de chaleur est constant à la paroi. Il serait utile d'approfondir cette analyse à l'aide de données expérimentales afin de déterminer laquelle des deux conditions frontière représente le mieux la réalité et ainsi laquelle des deux méthodes est la plus exacte. On note cependant que la méthode proposée est plus facile à utiliser puisqu'elle ne nécessite pas de lecture de graphique. De plus, elle offre une plus grande flexibilité puisqu'elle permet de modéliser des champs de configurations quelconques, par exemple dont le ratio B/H n'est pas parmi ceux couverts par Eskilson ou dont la configuration n'est pas rectangulaire. Finalement, elle offre une meilleure précision dans le cas où le ratio r_b/H n'est pas égal à 0,0005 puisque aucune approximation n'est faite.

3.4 Validation de la température de chacun des puits

Le modèle proposé permet de calculer $\theta_{j, champ}$ pour chacun des puits du champ et ainsi déterminer la distribution de température dans le champ au complet. Zeng et al. (2002) ont calculé θ en régime permanent pour le puits (1,2) sur la Figure 3.9 situé dans un champ de 6 puits (2x3). Cette figure donne aussi la

distribution de température pour le champ. Le tableau 3.3 présente les paramètres utilisés pour cette simulation.

Tableau 3.3 Paramètres utilisés pour la validation de la température de chacun des puits

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé dans le sol par unité de longueur	22 W/m
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,055 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur du puits	55 m
B Distance entre les puits	6 m

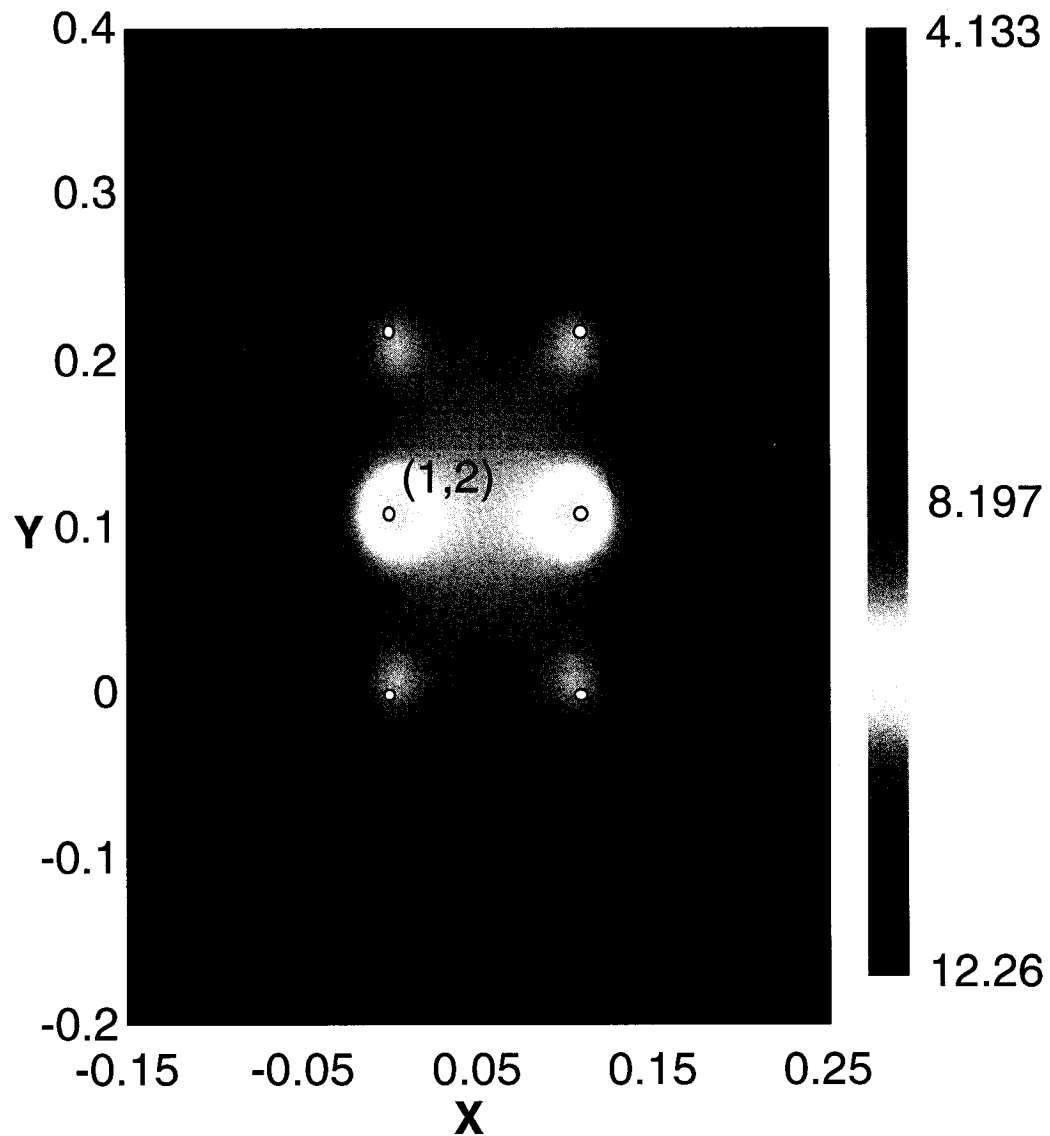


Figure 3.9 Distribution de température pour un champ de 6 puits (2x3)

Les axes X et Y sont adimensionnels (par rapport à H) sur la Figure 3.9. Les résultats montrent une région où θ est plus élevé autour de chacun des puits. Ces régions sont décentrées par rapport aux puits et θ est plus élevé autour des 2 puits centraux, (1,2) et (2,2), qu'autour des puits situés aux extrémités du champ puisque la diffusion de la chaleur est plus grande au pourtour du champ.

Zeng et *al.* ont solutionné ce problème en régime permanent en utilisant l'approximation suivante :

$$\Theta_{i-j} \approx 2 \times \ln \left(\frac{H}{2,2 \times r_{i-j}} \right) \quad (3.1)$$

où

Θ_{i-j} est la différence adimensionnelle de température à la paroi du puits j causée par le puits i

r_{i-j} est la distance séparant le puits i du puits j (m)

k est la conductivité thermique du sol (W/m.°C)

Q est le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol par unité de longueur (W/m)

H est la profondeur du puits (m)

Θ_{i-j} est égal à la moyenne des valeurs de Θ calculées sur toute la profondeur du puits. Ce calcul est normalement effectué à l'aide de l'intégrale 1.29. Afin de rendre les calculs plus pratiques, on peut calculer la valeur de Θ_{i-j} à la mi-profondeur ($Z=0,5$), mais cela introduit une erreur considérable. Tel que montré à la Figure 1.10, le profil de température en fonction de la profondeur du puits n'est pas symétrique, et la valeur à $Z=0.5$ ne correspond pas exactement à la moyenne sur toute la profondeur. L'équation 3.1 est une approximation de l'intégrale 1.29 permettant de mieux évaluer Θ_{i-j} . Le lecteur est invité à consulter Zeng et *al.* (2002) et Eskilson (1987) pour plus de détails.

Noter que la valeur de Θ_{i-j} définie par Zeng et *al.*, est 2 fois plus élevée que celle calculée par Eskilson (1987) et Lamarche et Beauchamp (2007b) (voir section 1.8).

Avec cette approximation, Zeng et *al.* calculent un $\theta_{j, champ}$ de 25,10. Si on divise ce terme par 2, on obtient 12,55. La valeur calculée avec la méthode proposée pour un temps très grand ($t=1000$ ans) est de 12,24. La différence s'explique par le fait que Zeng et *al.* ont calculé $\theta_{j, champ}$ à l'aide d'une approximation alors que la méthode proposée calcule une valeur exacte.

3.5 Distribution de température en régime permanent pour des champs ayant des charges constantes mais différentes pour chaque puits

Ce calcul a été réalisé en utilisant les paramètres présentés au tableau 3.1 pour des champs de 2 (2x1), 3 (3x1), 32 (8x4) et 100 (10x10) puits. De plus, la distance entre les puits B est de 10 m et les valeurs de la charge par unité de longueur Q sont données à l'annexe D. Les graphiques de distribution de température sont présentés aux Figures 3.10 à 3.13 sous forme d'iso contour de température.

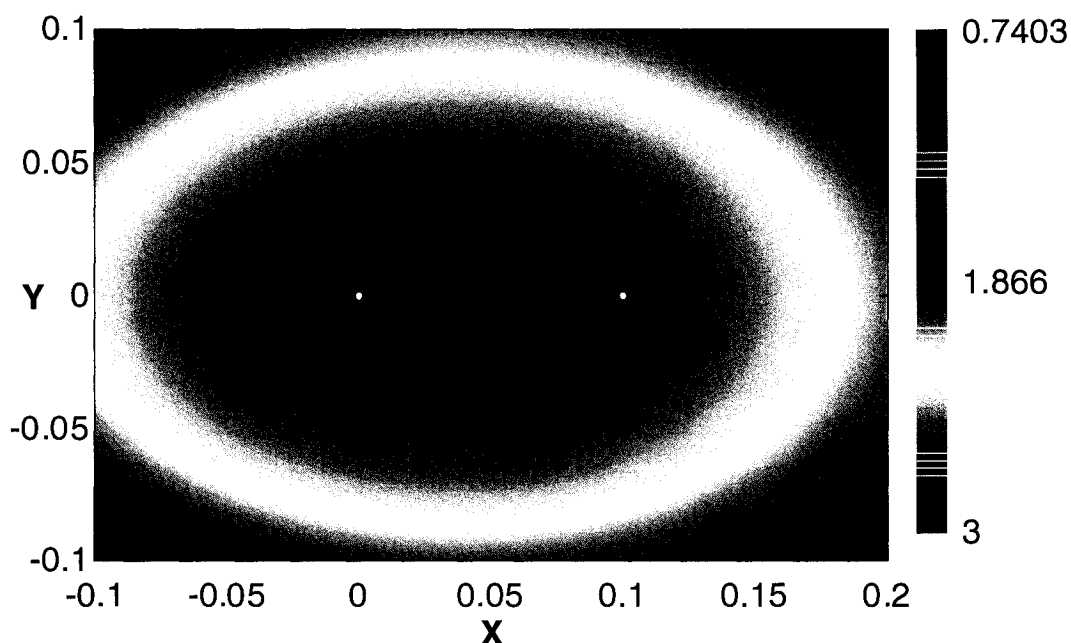


Figure 3.10 Distribution de température pour un champ de 2 puits (2x1)

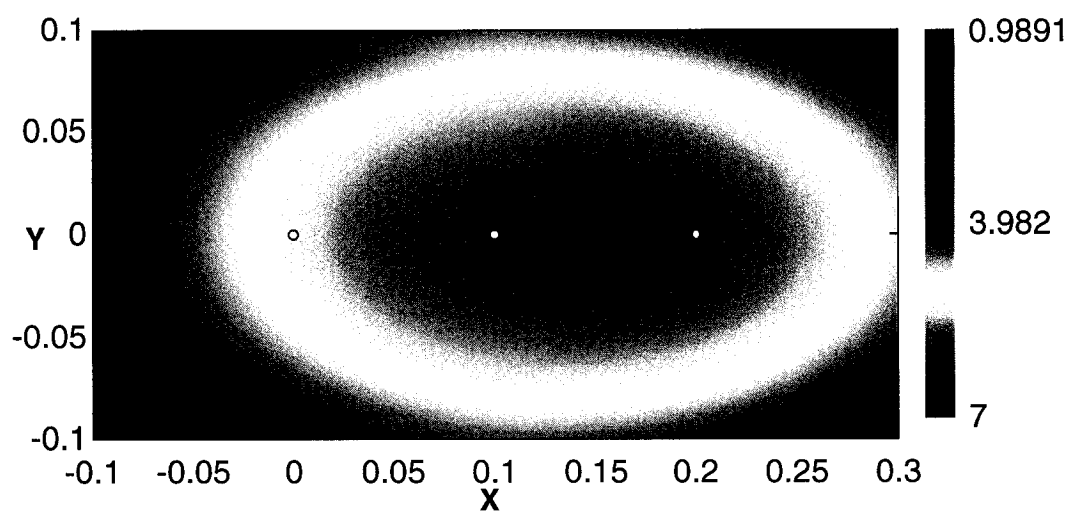


Figure 3.11 Distribution de température pour un champ de 3 puits (3x1)

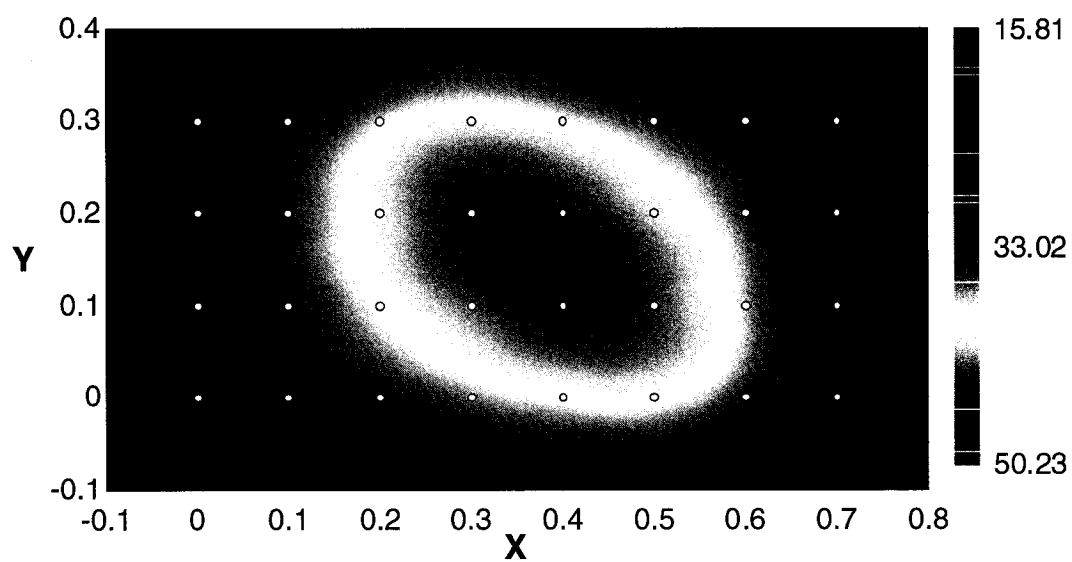


Figure 3.12 Distribution de température pour un champ de 32 puits (8x4)

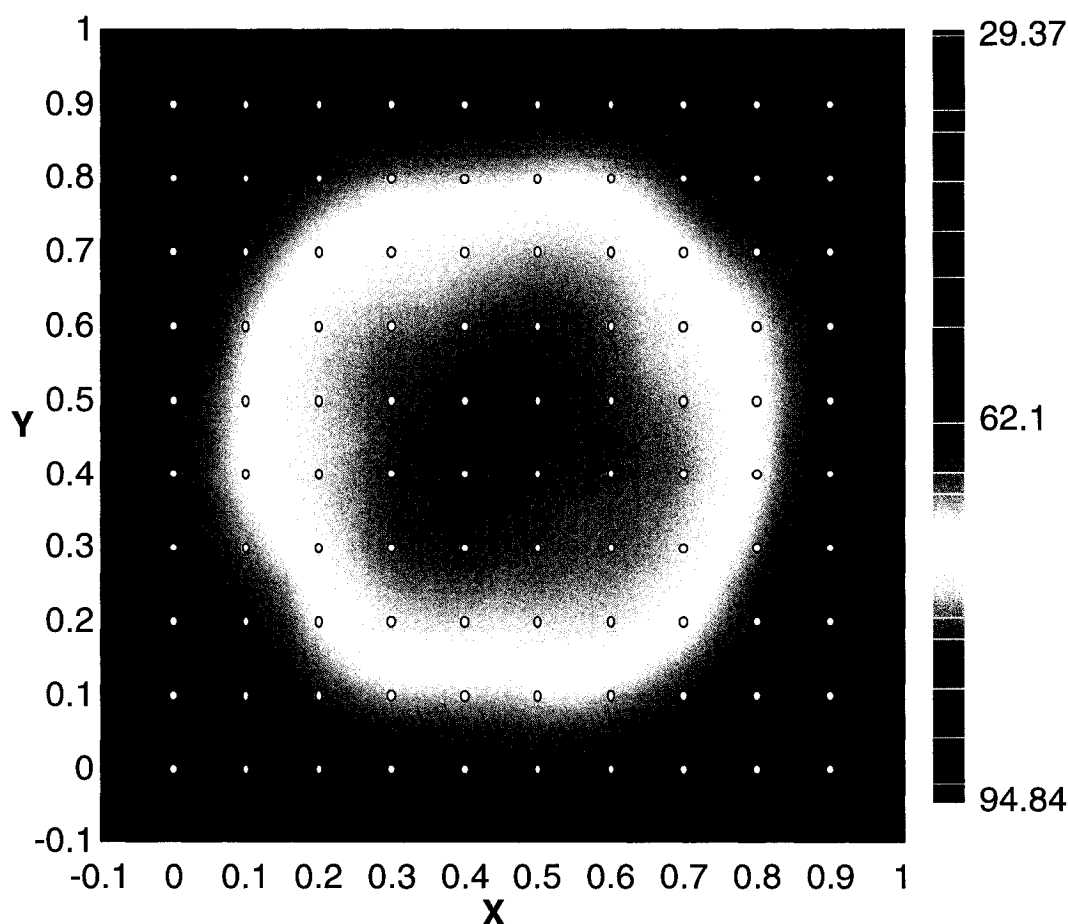


Figure 3.13 Distribution de température pour un champ de 100 puits (10x10)

Bien que ceci ne constitue pas une validation, on voit que les résultats sont plausibles. Ainsi pour le champ de 2 puits, la distribution est décentrée puisque le puits de gauche a une charge 2 fois plus élevée que le puits de droite. On observe le même phénomène pour le champ de 3 puits où le puits du centre a la charge la plus élevée alors que le puits de droite a une charge plus élevée que le puits de gauche. Dans le cas des champs de 32 et 100 puits, les charges sont distribuées de façon aléatoire. On observe que θ est plus élevé dans le centre du champ puisque la chaleur reste « emprisonnée » au centre du champ alors que la diffusion est meilleure au pourtour du champ.

Les figures ci-dessus montrent la versatilité de la méthode proposée. En effet, non seulement la méthode proposée permet de calculer des distributions de température pour des charges constantes (ce que d'autres méthodes peuvent faire), mais elle permet également de faire ce calcul pour des charges différentes pour chaque puits (ce qu'aucune méthode ne permet de réaliser).

3.6 Comparaison avec la superposition temporelle classique pour une simulation horaire d'un an

Une simulation horaire pour une période d'opération d'un an a été effectuée afin de comparer l'algorithme d'agrégation de charges multiples (AACM) aux résultats obtenus en utilisant la superposition temporelle classique, telle que décrite à la section 1.11. Cette comparaison a été effectuée pour un seul puits, pour un profil de charges symétrique et pour un profil de charges asymétrique. Ces profils de charges sont générés à partir d'une fonction mathématique décrite à l'annexe C. À titre indicatif, les charges minimale et maximale sont de -30 W/m et +30 W/m respectivement pour le profil de charges symétrique et de -30 W/m et +15 W/m respectivement pour le profil de charges asymétrique. Les paramètres utilisés pour les simulations sont les mêmes que ceux présentés au tableau 3.1.

Les valeurs de θ calculées selon la méthode proposée pour les profils de charges symétrique et asymétrique sont présentées aux Figures 3.15 et 3.16. Les valeurs de θ calculées avec la superposition temporelle classique ne sont pas présentées sur ces figures puisque les deux courbes se superposent et il serait difficile de les différencier. La différence (Δ) entre les deux méthodes est donc présentée dans le haut de chacune de ces figures.

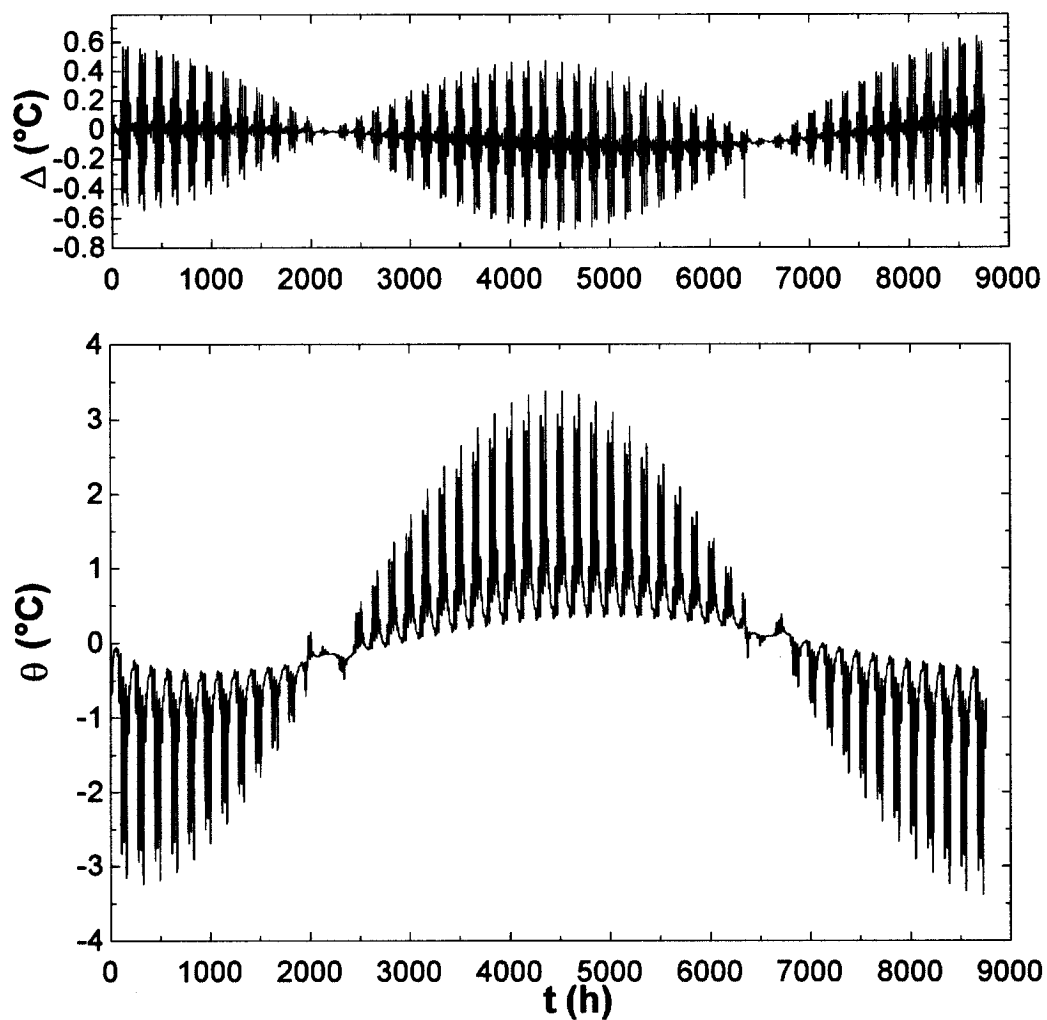


Figure 3.14 θ calculé selon la méthode proposée pour un profil de charges symétrique ainsi que la différence (Δ) entre la méthode proposée et la superposition temporelle classique

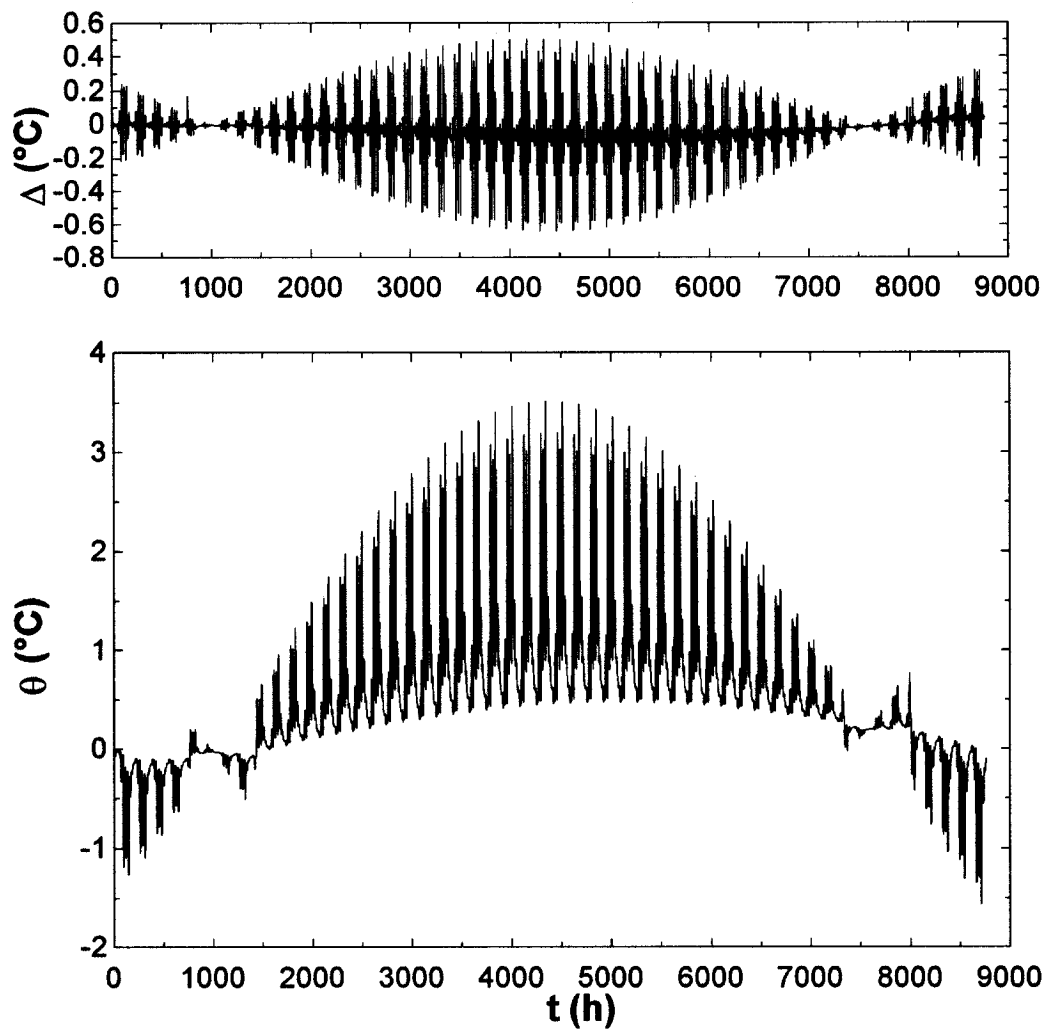


Figure 3.15 θ calculé selon la méthode proposée pour un profil de charges asymétrique ainsi que la différence (Δ) entre la méthode proposée et la superposition temporelle classique

On constate que l'écart maximum est de $-0,68^{\circ}\text{C}$ à $t = 4482$ h (environ une demi-année) dans le cas du profil de charges symétrique et de $-0,64^{\circ}\text{C}$ à $t = 4470$ h dans le cas du profil de charges asymétrique. L'écart moyen annuel est de $-0,04^{\circ}\text{C}$ pour le profil de charge symétrique et de $-0,03^{\circ}\text{C}$ pour le profil de charges asymétrique. La différence suit la tendance de la courbe θ : quand l'amplitude de θ est élevée, l'amplitude de Δ est aussi plus

élevée. Dans le cas du profil de charges symétrique, on observe un pic du Δ après environ 6 400 heures d'opération. Ce pic se produit à un moment où la charge change brusquement de valeur. Ceci est dû au fait qu'avec l'algorithme d'agrégation de charges les charges non immédiates (dans les dernières 24h dans ce cas-ci) sont moyennées ce qui a tendance à « amoindrir » certains pics. On observe un pic similaire dans le cas du profil de charges asymétrique, après environ 750 heures d'opération. On peut toutefois affirmer que l'algorithme d'agrégation de charges multiples a bien été implémenté dans la méthode proposée.

3.7 Comparaison avec le modèle DST et le modèle de Pinel pour une simulation horaire d'un an

Le modèle proposé a été comparé, sur une base horaire, au modèle DST de TRNSYS (Klein et *al.*, 2004), décrit à la section 1.7, et au modèle développé par Pinel (2003), décrit à la section 1.6.2 pour une période d'opération d'un an. Cette comparaison a été effectuée pour un champ de 100 puits (10x10), pour un profil de charges asymétrique. Les paramètres utilisés pour les simulations sont présentés au tableau 3.4.

Tableau 3.4 Paramètres utilisés pour la simulation horaire d'un champ de 100 puits

Paramètres et description	Valeurs
k Conductivité thermique du sol	1,3 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,05 m
α Diffusivité thermique du sol	0,0624 m ² /jour
H Profondeur du puits	100 m
B Distance entre les puits	5 m
X_h Durée de la période « horaire » non-agrégé	6 h
X_d Durée de la période d'agrégation « quotidienne »	24 h
X_w Durée de la période d'agrégation « hebdomadaire »	168 h
X_m Durée de la période d'agrégation « mensuelle »	720 h

Les valeurs de θ présentées à la partie inférieure de la Figure 3.16 sont celles de la méthode proposée. Les différences (Δ) entre le modèle proposé et le modèle DST ainsi que qu'entre le modèle proposé et le modèle développé par Pinel sont présentées dans le haut de la figure.

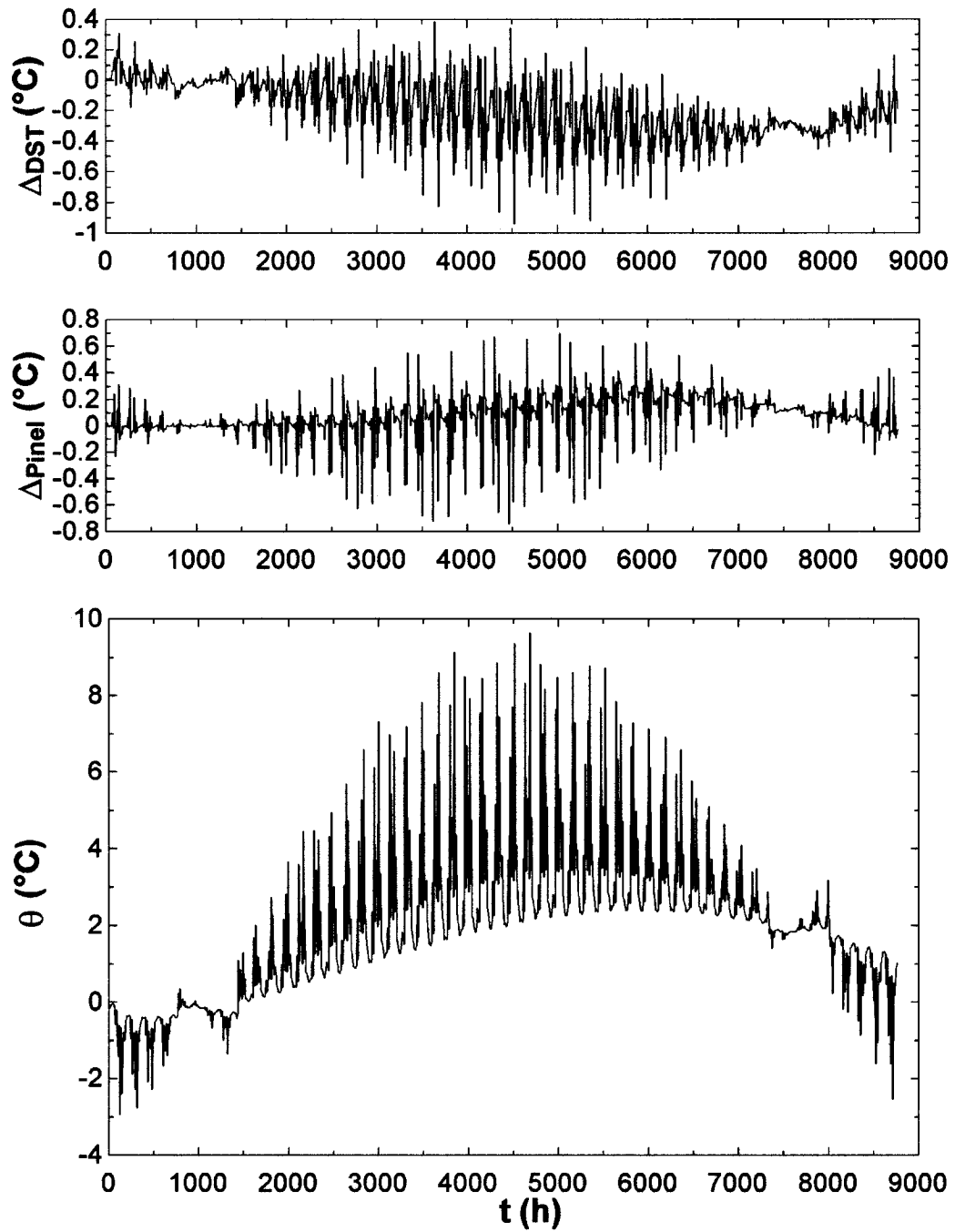


Figure 3.16 θ calculé selon le modèle proposé ainsi que la différence (Δ) entre le modèle proposé, le modèle DST et le modèle développé par Pinel

Les résultats montrent que l'écart entre les différentes méthodes est faible. La différence maximale est de $-0,942^{\circ}\text{C}$ par rapport au modèle DST et de $-0,740^{\circ}\text{C}$ par rapport au modèle développé par Pinel. L'écart moyen annuel est de $0,07^{\circ}\text{C}$ dans le premier cas et de $-0,18^{\circ}\text{C}$ dans le deuxième cas.

Le modèle DST est l'un des modèles les plus couramment utilisés. Il comporte cependant une lacune majeure : les puits sont disposés uniformément dans un volume cylindrique dans le sol et il est impossible de choisir une configuration spécifique. Le modèle proposé permet de modéliser des champs de configuration quelconque. Il offre ainsi une flexibilité non disponible avec le modèle DST et avec une bonne précision.

Le modèle développé par Pinel est basé sur le modèle de la source cylindrique infinie (SCI) et sur un calcul bidimensionnel du transfert de chaleur entre les puits. Le modèle proposé est tridimensionnel et n'a donc pas cette contrainte. On peut donc considérer qu'il est plus précis, surtout après de longues périodes d'opération où les effets 3-D sont importants.

Le modèle proposé se compare donc très bien à ces deux modèles dans ces conditions et on peut ainsi affirmer qu'il constitue une très bonne alternative à ces deux modèles.

3.8 Simulation horaire d'un an pour un champ de 32 puits ayant des charges non identiques pour chacun des puits

Le modèle proposé a été utilisé lors d'une simulation horaire d'un an d'un champ de 32 puits (8x4). Chaque puits est soumis au même profil de charge asymétrique mais avec une amplitude non identique (donnée à l'annexe D) pour chaque puits. Les paramètres utilisés pour les simulations sont les mêmes que

ceux présentés au tableau 3.1. De plus, la distance entre les puits B est de 10 m. La Figure 3.17 présente les valeurs de θ moyen du champ pour une simulation horaire d'un an et la Figure 3.18 présente la distribution de température dans le champ après une année d'opération.

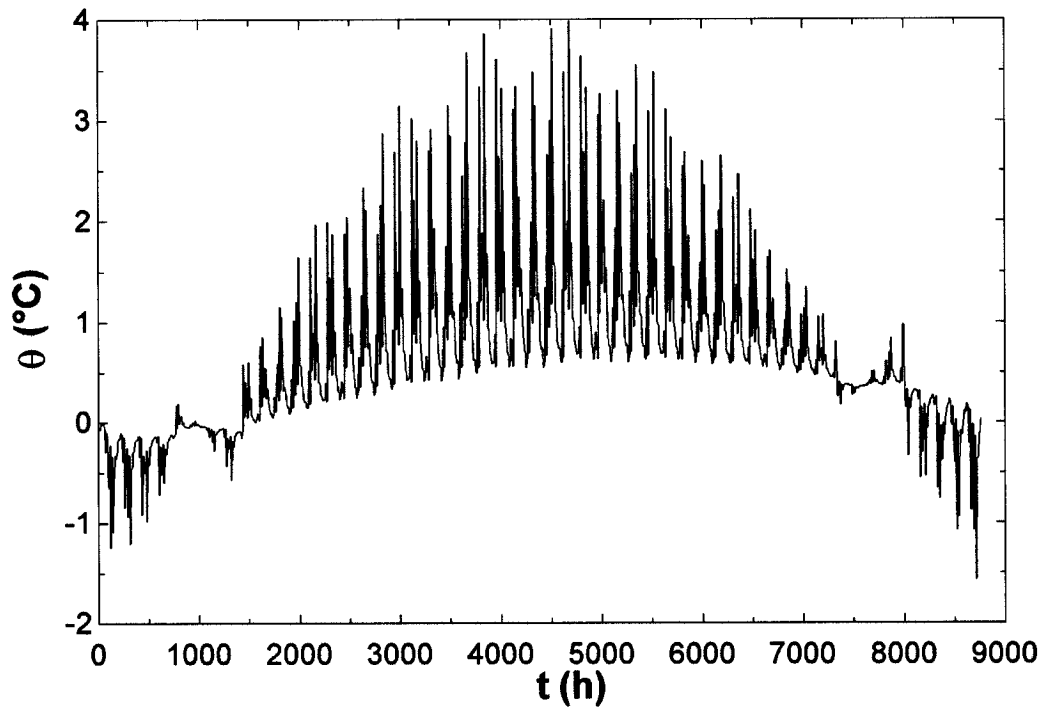


Figure 3.17 θ calculé selon le modèle proposé pour un profil de charges asymétrique dont l'amplitude est différente pour chaque puits

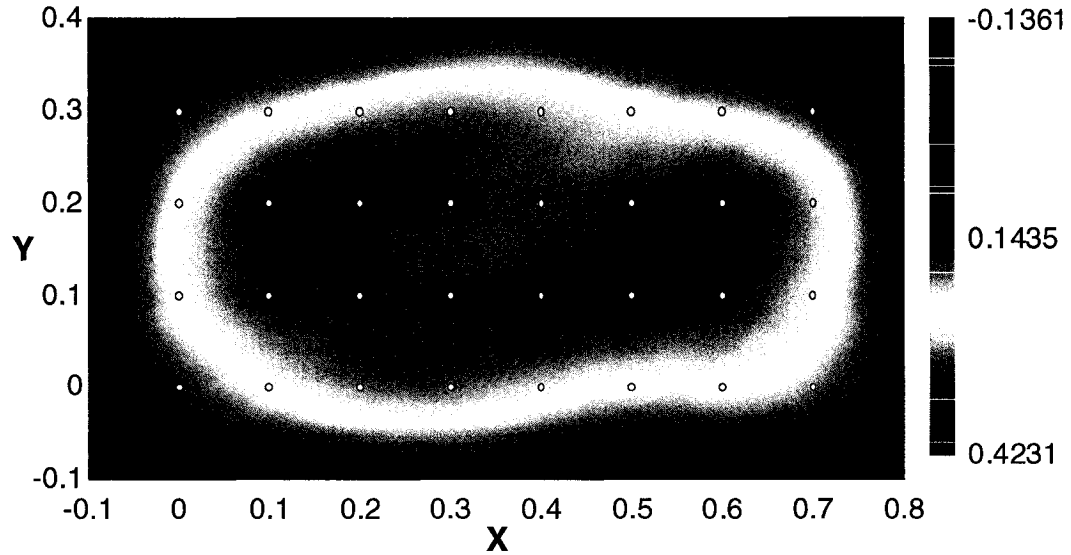


Figure 3.18 Distribution de température après un an pour un champ de 32 puits (8x4) dont l'amplitude de la charge est différente pour chaque puits

Les résultats de la Figure 3.17 montrent que la valeur moyenne de θ pour le champ au complet suit la tendance du profil de charges asymétrique.

Aussi, comme dans le cas où les charges sont constantes, mais différentes pour chaque puits (voir section 3.5), on observe à la Figure 3.18 que θ est plus élevé dans le centre du champ. Ceci est dû au fait que la chaleur reste « emprisonnée » au centre du champ alors que la diffusion est meilleure au pourtour du champ.

Avec la méthode proposée il est donc possible d'avoir une charge différente pour chaque puits, ce qu'aucune autre méthode ne permet.

3.9 Temps de calcul

Le temps d'exécution sur un ordinateur de type Pentium 4 de 3,6 GHz avec 1 GB de mémoire vive est de quelques minutes pour une simulation horaire d'un an

d'un champ de 9 puits dont la charge ne varie pas dans le temps, alors qu'il est de plus d'une centaine d'heures pour une simulation horaire d'un an d'un champ de 100 puits dont la charge varie dans le temps.

Ces temps d'exécution sont plutôt longs, même s'il s'agit d'une méthode tridimensionnelle complexe. Cela constitue une lacune majeure de cette méthode et il serait donc important d'améliorer ces délais. Différentes avenues sont suggérées dans la conclusion.

CHAPITRE 4

EXEMPLES D'APPLICATIONS DE LA MÉTHODE PROPOSÉE

4.1 Introduction

La méthode proposée comporte plusieurs avantages par rapport aux méthodes déjà existantes. Ce chapitre présente trois exemples d'applications de la méthode proposée mettant en lumière ces avantages.

Contrairement aux « g-fonctions » de Eskilson, la méthode proposée permet de calculer θ pour un champ de configuration quelconque. Cet aspect sera couvert dans le premier exemple qui montre comment la méthode proposée est en mesure de calculer θ pour un champ en forme de « U » qui ceinture un bâtiment. Le deuxième exemple traite d'un cas réel où les charges thermiques sont différentes (et de signes opposés) pour chacun des puits. Finalement, le troisième exemple montre une application où la méthode proposée permet de calculer la température de sortie à chacun des puits lors d'une simulation horaire.

4.2 Exemple d'un champ ayant une configuration non standard

Dans le cas où les puits entourent un bâtiment tel que montré à la Figure 4.1, la méthode proposée permet de calculer la température moyenne ainsi que la distribution de température du champ. Dans cet exemple, il y a 11 puits espacés de 10 m et les paramètres utilisés pour cette simulation sont les mêmes que ceux donnés au tableau 3.1.

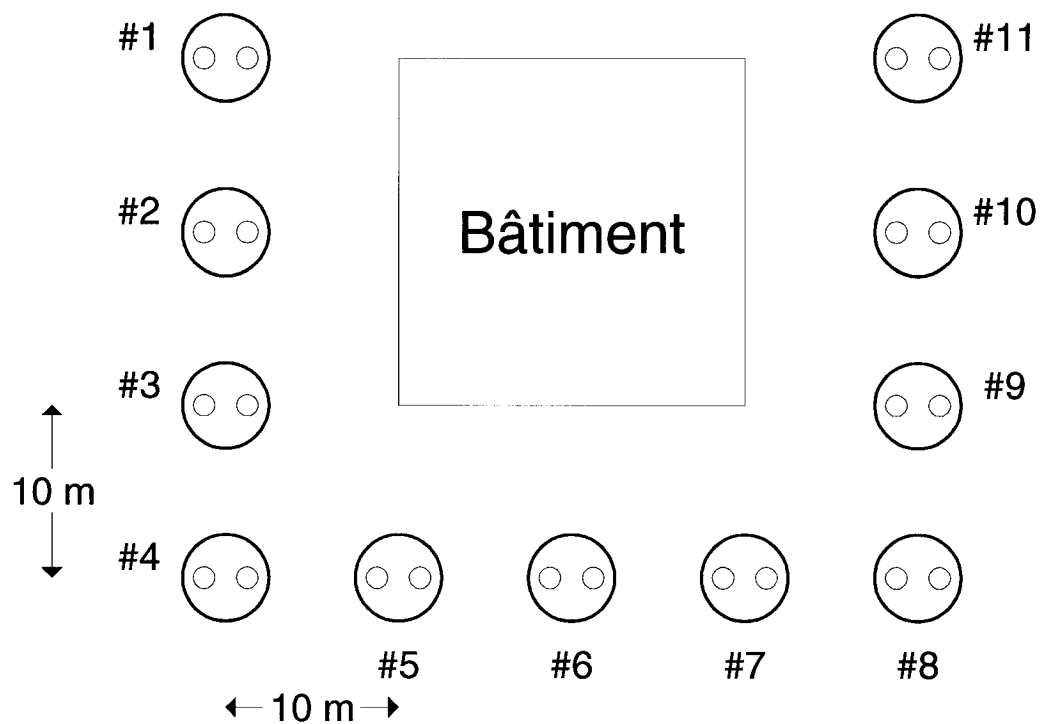


Figure 4.1 Schéma d'un champ ayant une configuration non-standard
(les diamètres des puits et des tuyaux ne sont pas à l'échelle sur cette figure)

La Figure 4.2 présente la distribution de température pour ce champ ainsi que $\theta_{j, champ}$ pour chacun des puits après un an d'opération. La valeur de θ pour le champ au complet est égale à 5,8°C

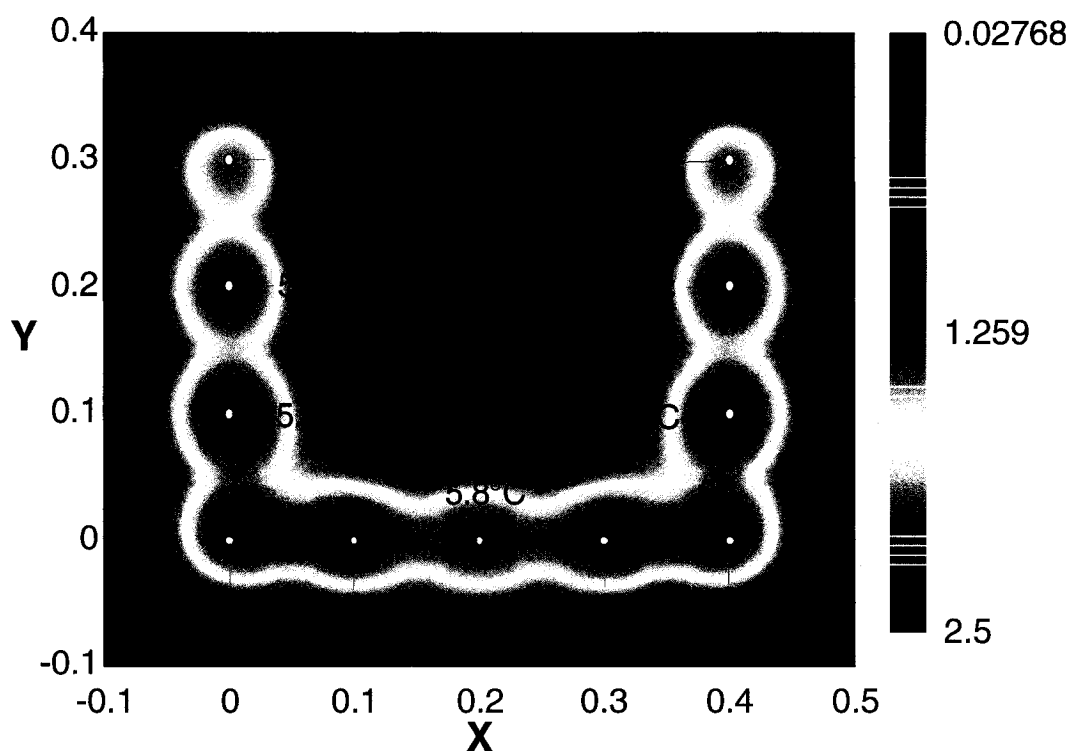


Figure 4.2 Distribution de température d'un champ ayant une configuration non-standard

À la Figure 4.2, on observe que la distribution est symétrique par rapport à la disposition des puits dans le champ. Aussi, on note que les points où θ le plus est élevé se trouvent autour des puits 3, 5, 7 et 9, qui sont les puits ayant le plus de voisins immédiats. Les points où θ est le moins élevé se situent autour des puits 1 et 11 puisqu'ils se situent aux extrémités du champ et n'ont qu'un seul puits voisin, la diffusion thermique étant meilleure au pourtour du champ.

Cet exemple démontre la flexibilité de la méthode proposée. Ces calculs peuvent être effectués et ce graphique peut être généré pour toutes sortes de configurations. Par exemple, il serait possible d'analyser un champ rectangulaire dont le ratio B/H n'est pas couvert par les « g-fonctions » de Eskilson (1987), un champ rectangulaire dont la distance entre les puits n'est pas la même selon X et

Y ou encore un champ de configuration quelconque comme c'est le cas dans cet exemple.

4.3 Exemple d'un champ où la charge n'est pas identique pour chacun des puits

Cet exemple présente une application envisagée au Centre Canadien des Technologies Résidentielles (CCTR) à Ottawa. Le CCTR possède 3 puits géothermiques (configuration 3x1). Les puits sont espacés de 4,6 m. Les puits aux extrémités ont une profondeur de 53,3 m alors que le puits central a une profondeur de 76,2 m. Les puits aux extrémités sont reliés à une pompe à chaleur géothermique située à l'intérieur de la résidence d'essai. Cette dernière est utilisée pour chauffer et climatiser la maison. Le CCTR envisage d'utiliser le puits central pour effectuer le rejet thermique d'une micro centrale de cogénération (génération d'électricité et de chaleur). L'objectif étant de récupérer une partie de l'énergie thermique rejetée au centre par l'intermédiaire des puits aux extrémités. L'exemple qui suit représente une analyse préliminaire de ce concept dans le but de démontrer si l'objectif poursuivi peut être atteint. Dans le scénario envisagé, le rejet thermique dans le sol est de 10 kW (131 W/m de longueur) pendant une période de 6 heures par jour (de 15h à 21h). La charge thermique au sol pour les puits aux extrémités est montrée à la Figure 4.3. Cette charge est hypothétique mais représente assez bien les besoins en chauffage et en climatisation d'une résidence typique. Le tableau 4.1 donne les paramètres utilisés pour cette simulation horaire d'une année. Dans le but de vérifier l'impact du rejet thermique central, deux séries de simulations seront présentées, soit avec et sans rejet central.

Tableau 4.1 Paramètres utilisés pour la simulation d'un champ où la charge n'est pas identique pour chaque puits

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol pour les puits aux extrémités	Voir Figure 4.3
Q Taux de transfert de chaleur rejeté dans le sol pour le puits central entre 15h et 21h	131,2 W/m
k Conductivité thermique du sol	2,7 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,0762 m
α Diffusivité thermique du sol	0,108 m ² /jour
H Profondeur des puits	53,3 m
B Distance entre les puits	4,6 m
T_0 Température du sol non perturbé	11°C
\dot{m} Débit massique du fluide caloporteur dans chaque puits	0,25 kg/s
C_p Chaleur spécifique du fluide caloporteur	4,2 kJ/kg·°C

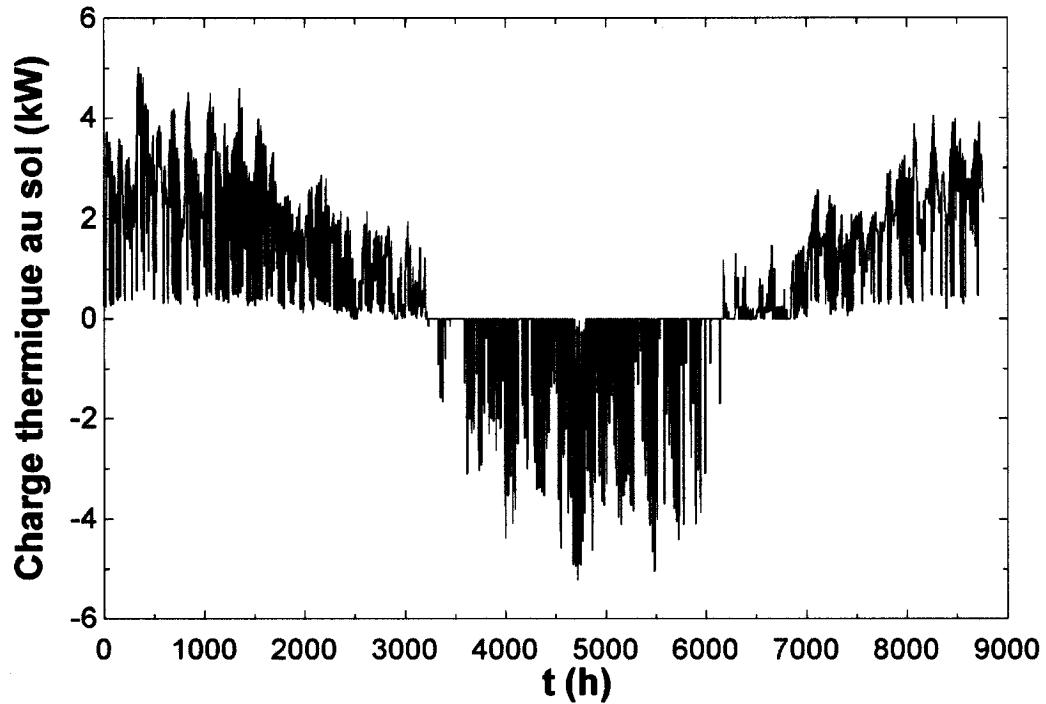


Figure 4.3 Évolution de la charge thermique au sol pour chacun des puits externes du champ

Dans cet exemple, on considère que la résistance thermique du puits est négligeable; θ est donc égal à la température moyenne du fluide. Ainsi T_{out} est calculée avec les deux équations suivantes :

$$\theta = T_0 - T_b = T_{moy} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} \quad (4.1)$$

$$\text{Charge thermique au sol} = \dot{m} \times C_p \times (T_{out} - T_{in}) \quad (4.2)$$

où

θ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits (°C)

T_b est la température à la paroi du puits (°C)

T_0 est la température du sol non perturbé (°C)

T_{moy} est la température moyenne du fluide caloporteur dans le puits (°C)

T_{in} est la température du fluide caloporteur à l'entrée du puits (°C)

T_{out} est la température du fluide caloporteur à la sortie du puits (°C)

\dot{m} est le débit massique du fluide caloporteur (kg/s)

C_p est la chaleur spécifique du fluide caloporteur (kJ/kg·°C)

La Figure 4.4 présente la température du fluide caloporteur à la sortie des puits, T_{out} ($T_{in,PAC}$ sur la Figure 0.1), pour le cas où le rejet thermique dans le puits central est nul, tandis que la Figure 4.5 présente T_{out} dans le cas où il y a rejet thermique central. Tel que mentionné plus tôt, ces simulations négligent la résistance thermique du puits lui-même. En réalité, lorsque cette résistance est prise en compte il existe une différence de température de l'ordre de 5°C entre la température à la paroi du puits et la température du fluide. Donc, en hiver, la température T_{out} minimum serait de l'ordre de -5°C et la température T_{out} maximum en été serait de l'ordre de +22°C.

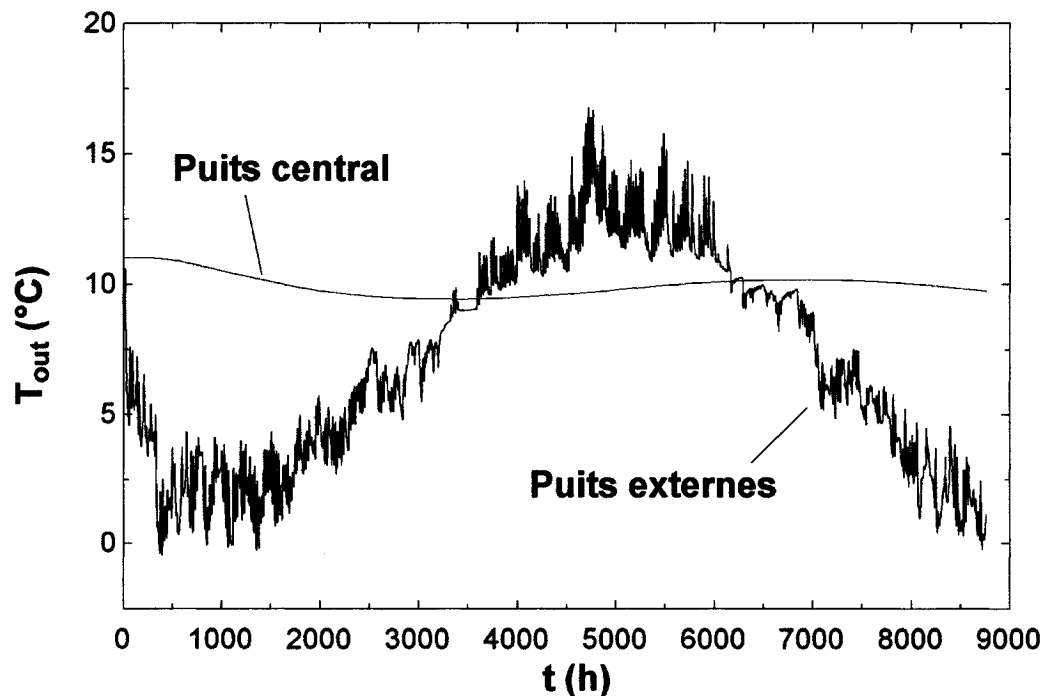


Figure 4.4 Évolution de T_{out} pour chacun des 3 puits du champ avec $Q_{central}$ égal à 0

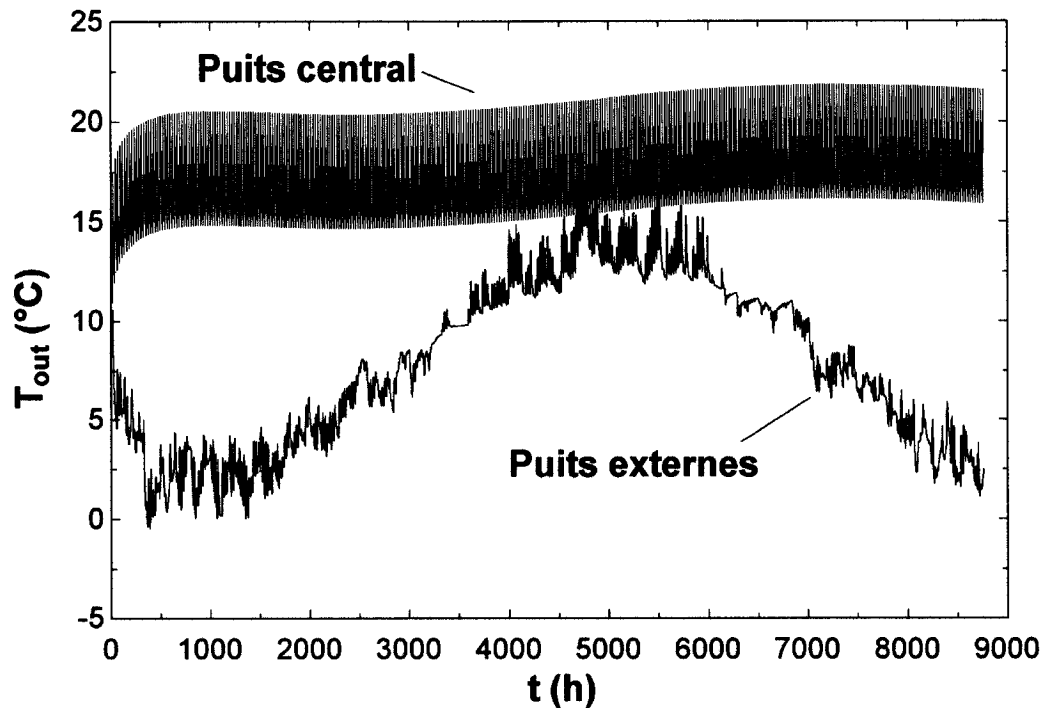


Figure 4.5 Évolution de T_{out} pour les 2 puits aux extrémités du champ avec $Q_{central}$ différent de 0

Les deux figures ci-dessus montrent que l'impact du puits central est minime sur la température du fluide caloporteur à la sortie des puits servant au chauffage et à la climatisation. En effet, T_{out} minimale et maximale des puits externes sont de $-0,47^{\circ}\text{C}$ et $16,77^{\circ}\text{C}$ respectivement lorsque $Q_{central}$ est nul, alors qu'elles sont de $-0,45^{\circ}\text{C}$ et $17,70^{\circ}\text{C}$ respectivement lorsqu'il y a rejet thermique.

Cet exemple démontre que la méthode proposée peut être utilisée pour modéliser des systèmes dont la charge est différente pour chacun des puits. Cette flexibilité n'est pas disponible avec aucune autre méthode. La méthode proposée peut ainsi être utilisée pour simuler des systèmes où l'on puise de la chaleur dans certains puits et où l'on rejette de la chaleur dans d'autres. Ceci est particulièrement utile dans des applications de stockage de chaleur ou dans

le cas où les puits d'un même champ n'ont pas la même application. Par exemple, un immeuble à condominiums ou un bâtiment abritant plusieurs commerces pourrait avoir un puits par unité de logement ou par commerce. La charge serait alors différente pour chaque puits.

4.4 Exemple de calcul de la température du fluide caloporteur à la sortie de chacun des puits d'un champ de 3 puits

Dans cet exemple, la méthode proposée est utilisée pour calculer la température de sortie du fluide caloporteur, T_{out} ($T_{in,PAC}$ sur la Figure 0.1), pour chacun des puits d'un champ de 3 puits (3x1) avec T_{in} ($T_{out,PAC}$ sur la Figure 0.1) constante et identique pour chacun des puits. Les paramètres utilisés pour cette simulation sont présentés au tableau 4.2. Dans cet exemple, la résistance thermique du puits est négligeable, θ est donc égale à la température moyenne du fluide. T_{out} et Q sont donc calculés de façon itérative avec les équations 4.1 et 4.2. L'évolution de T_{out} et de Q pour chacun des puits du champ pour une durée d'opération de 8 mois (5832 heures) est présentée aux Figures 4.6 et 4.7.

Tableau 4.2 Paramètres utilisés pour la simulation d'un champ où la charge n'est pas identique pour chaque puits

Paramètres et description	Valeurs
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,05 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur des puits	100 m
B Distance entre les puits	10 m
T_0 Température du sol non perturbé	0°C
T_{in} Température du fluide caloporteur à l'entrée du puits	10°C
\dot{m} Débit massique du fluide caloporteur dans chaque puits	0,25 kg/s
C_p Chaleur spécifique du fluide caloporteur	4,2 kJ/kg·°C

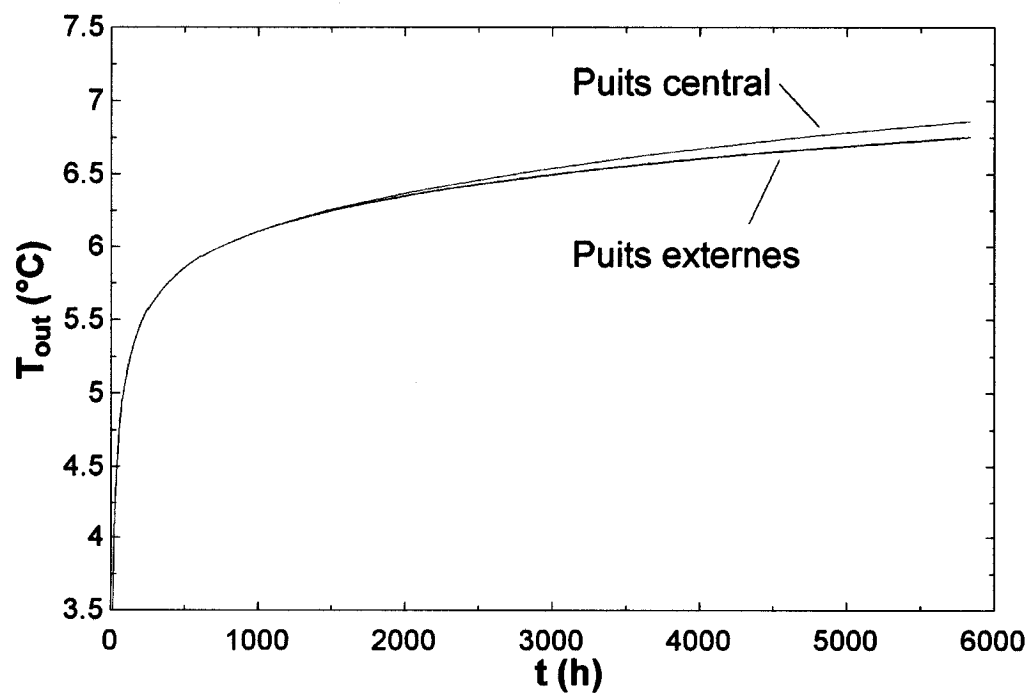


Figure 4.6 Évolution de T_{out} pour chacun des puits du champ

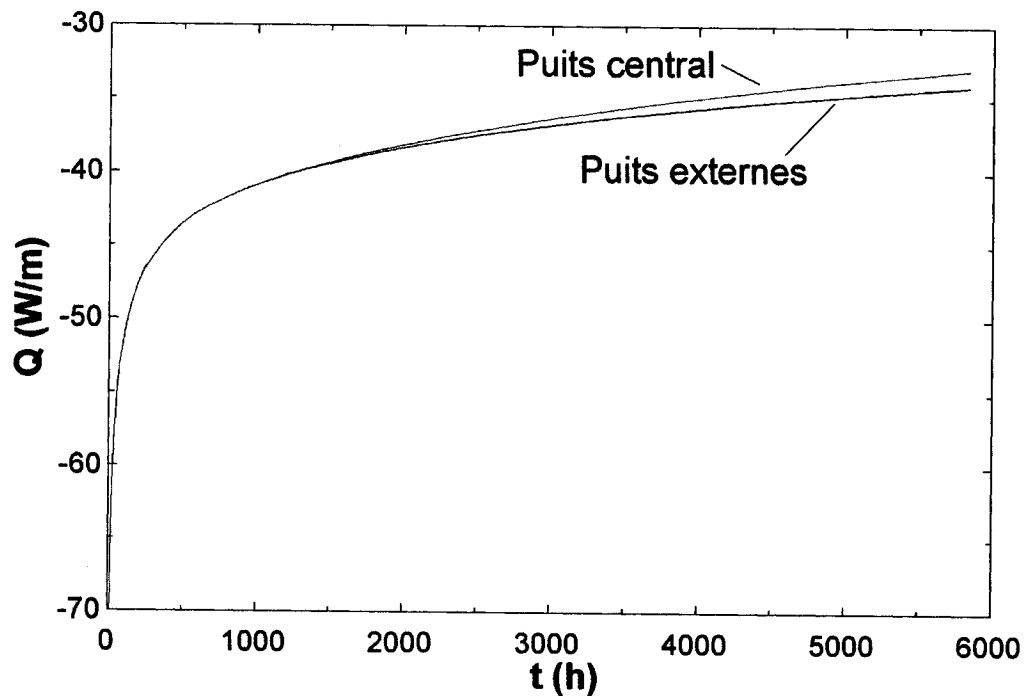


Figure 4.7 Évolution de Q pour chacun des puits du champ

Les Figures 4.6 et 4.7 révèlent que la température du fluide caloporteur à la sortie des puits augmente, alors que le taux de transfert de chaleur rejeté dans le sol ($|Q|$) diminue. Durant les premières heures d'opération du système, la différence de température entre le sol non perturbé et la paroi du puits est élevée et l'échange de chaleur est très bon. T_{out} augmente rapidement dans cette région (jusqu'à environ $t = 200$ heures). À mesure que la température du sol augmente au voisinage des puits, l'échange de chaleur s'effectue moins bien. Il en résulte une augmentation moins rapide de T_{out} et une diminution moins rapide de Q rejeté. T_{out} et Q sont presque identiques pour les 3 puits jusqu'à environ 1 500 heures (2 mois) d'opération. Ensuite, T_{out} pour le puits central devient plus élevée que pour les 2 puits situés aux extrémités du champ, tandis que le taux de transfert de chaleur rejeté dans le sol par le puits central est plus faible que celui des puits situés aux extrémités. Ceci se produit car la diffusion de la chaleur est meilleure aux extrémités du champ.

La méthode proposée permet de calculer le taux de transfert de chaleur puisé ou rejeté dans le sol et la température du fluide caloporteur à la sortie des puits en ne connaissant que la description physique du champ, les propriétés du sol et du fluide caloporteur, ainsi que le débit massique et la température du fluide caloporteur à l'entrée des puits. En pratique, Q n'est pas toujours connu. C'est plutôt T_{in} qui est connue. Cette façon itérative de calculer le taux de transfert de chaleur est donc un atout indéniable de la méthode proposée.

CONCLUSION

La prédiction du transfert thermique dans les champs de puits verticaux de systèmes géothermiques est importante puisqu'elle permet un bon dimensionnement de ces systèmes. Les méthodes de calcul existantes ont plusieurs lacunes notamment quant au nombre restreint de configurations et d'applications. Elles sont également limitées quant aux types de résultats qu'elles peuvent générer. Une nouvelle méthode est proposée dans le cadre de ce travail permettant de prédire le transfert thermique de puits géothermiques verticaux avec plus de flexibilité que les méthodes disponibles.

Ce travail a pour but de fournir un outil flexible et précis pour le calcul de la température de puits géothermiques verticaux. Ce but est atteint en développant une méthode permettant de calculer la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi d'un puits à l'aide d'une solution analytique et de l'agrégation de charges multiples. Cette méthode permet de générer des facteurs de réponse (« g-fonctions ») et d'effectuer des simulations horaires pour des configurations géométriques de champs non-standards et pour des taux de transfert thermique qui varient d'un puits à l'autre. Cette méthode permet également de déterminer la distribution de température résultante dans le champ de puits.

La méthode proposée se compare très bien avec plusieurs méthodes déjà implantées et plus particulièrement aux méthodes les plus couramment utilisées, telles que celle de Eskilson (1987) et le modèle DST de TRNSYS (Klein, et *al.*, 2004). En plus de produire des résultats comparables à ceux obtenus avec ces deux méthodes, la méthode proposée apporte une flexibilité qui n'était pas disponible auparavant. En effet, ces deux méthodes sont limitées quant à la disposition des puits dans le champ. La méthode de Eskilson ne permet

d'analyser que des champs de configuration linéaire ou rectangulaire, ayant des ratios B/H définis. Le modèle DST ne permet d'analyser que des champs dont les puits sont disposés uniformément dans un cylindre. De plus, ces deux méthodes ne permettent pas d'avoir une charge différente à chacun des puits.

Contribution de la présente étude

La revue de la littérature effectuée présente un bon éventail des méthodes disponibles. Parmi les méthodes couvertes, la méthode proposée par Eskilson est sûrement celle la plus utilisée. Cette méthode est donc décrite de façon approfondie et les hypothèses utilisées sont expliquées et analysées en détails. Les différentes techniques décrites dans la littérature pour effectuer la superposition temporelle et pour améliorer la vitesse d'exécution de ce type de simulation sont également passées en revue.

L'intégration de la solution analytique pour une source linéique finie avec l'algorithme d'agrégation de charges multiples développé par Pinel (2003) afin de fournir une méthode flexible de modélisation de puits géothermiques verticaux constitue une contribution notable de la présente étude. La solution analytique introduite par Zeng et *al.* (2002) a été modifiée à l'aide de manipulations mathématiques par Lamarche et Beauchamp (2007b) afin d'améliorer la vitesse d'exécution des simulations. Cette équation modifiée a été utilisée dans le cadre de ce travail. L'utilisation d'une solution analytique offre beaucoup de flexibilité puisqu'il est possible de fixer la position des puits dans le champ ainsi que la charge thermique à laquelle chacun des puits est soumis.

La méthode proposée permet de modéliser des configurations de champ quelconques, c'est-à-dire non-standards ou non rectangulaires, ce qu'aucune

autre méthode ne permet. Ainsi, il est possible, de modéliser des puits disposés en « L » ou en « U », par exemple, ou d'avoir un espacement entre les puits différent de ceux prescrits par Eskilson.

De plus, il est possible de modéliser des systèmes dont la charge est différente pour chacun des puits, cette charge pouvant également être variable dans le temps. Ceci est particulièrement utile dans le cas où les puits n'ont pas tous la même application. Par exemple, lorsque certains puits sont utilisés pour le stockage de chaleur, alors que les autres servent au puisage de chaleur.

Également, la méthode proposée permet non seulement de calculer la température moyenne du champ, mais aussi à chacun des puits et entre les puits. Ainsi, ce modèle peut évaluer la température du fluide caloporteur dans chacun des puits et la température à divers points dans le champ. On peut ainsi déterminer à quel endroit dans le sol on peut considérer que le champ n'a plus d'impact ou bien si les puits sont trop rapprochés les uns des autres empêchant une diffusion adéquate de la chaleur.

Recommandations

Bien que le travail effectué améliore grandement la manière de simuler les systèmes géothermiques avec puits verticaux et qu'il réponde aux objectifs fixés de façon satisfaisante, la méthode proposée pourrait être améliorée de plusieurs façons.

La revue de la littérature effectuée dans le cadre de ce travail a révélé que les conditions frontières utilisées par les deux méthodes les plus couramment utilisées, celle d'Eskilson et celle du modèle DST de TRNSYS (température

constante au puits), sont différentes des conditions frontières utilisées dans la méthode proposée (taux de transfert de chaleur constant). Il serait donc recommandé d'évaluer avec des données provenant de systèmes réels comportant plusieurs puits quelle condition frontière représente le mieux la réalité.

La méthode proposée est assez rapide et conviviale pour des petits systèmes. Cependant, le temps d'exécution pour les plus gros systèmes est définitivement très long. Même s'il s'agit d'une méthode tridimensionnelle complexe, cela constitue une lacune majeure de cette méthode et il serait donc important d'améliorer ces délais. La vitesse d'exécution pourrait être améliorée en considérant l'influence des puits adjacents non pas à toutes les heures, mais uniquement à toutes les 10 heures ou toutes les deux semaines, tel que proposé par Pinel (2003). Ainsi, tous les calculs ne seraient pas répétés à chaque pas de temps. Il faut toutefois être prudent avec cette approche, car elle pourrait diminuer la précision des résultats.

Il serait également intéressant d'évaluer une simplification de la solution analytique utilisée à l'aide des concepts décrits par Lamarche et Beauchamp (2007a). Ces derniers ayant réussi à améliorer de façon significative la vitesse d'exécution pour la méthode de la source cylindrique en proposant une formule de récurrence qui évite l'agrégation des charges, il serait intéressant d'appliquer ces concepts à la présente méthode.

Afin d'apporter encore plus de flexibilité à la méthode proposée, il serait recommandé de réévaluer la solution analytique proposée par Lamarche et Beauchamp (2007b) pour permettre de varier la profondeur isolée thermiquement D ainsi que la profondeur totale pour chacun des puits du champ.

Il serait également utile d'introduire l'inclinaison des puits comme paramètre d'entrée au modèle proposé. Ceci permettrait de pouvoir évaluer encore plus de configurations et d'applications.

Finalement, quoique la méthode proposée ait été validée par rapport aux méthodes les plus couramment utilisées, il serait important d'effectuer une validation complète à l'aide d'un montage expérimental d'un champ comportant plusieurs puits. L'acquisition de données devrait être effectuée depuis le début de l'opération du système. Ces données devraient inclure, entre autres, la charge thermique, la température à la paroi des puits, la température à différents endroits dans le champ, etc. Ce genre de données fait cruellement défaut dans la littérature.

RÉFÉRENCES

BERNIER, M.A. (2006). Closed-Loop Ground-Coupled Heat Pump Systems. *ASHRAE Journal*, 48(9), 12-19.

BERNIER, M.A. (2001). Ground Coupled Heat Pump System Simulation. *ASHRAE Transactions*, 106(1), 605-616.

BERNIER, M.A., CHAHLA, A., PINEL, P. (2006). Long-Term Ground Temperature Changes in Geo-Exchange Systems. Submitted to *ASHRAE Transactions*, February 2006.

BERNIER, M.A., PINEL, P., LABIB, R. PAILLOT, R. (2004). A multiple load aggregation algorithm for annual hourly simulations of GCHP systems. *International Journal of Heating, Ventilating, Air-Conditioning and Refrigeration Research*, 10(4), 471-488.

BOSE, J.E., PARKER, J.D., MCQUINSTON, F.C. (1985). *Design/Data Manual for Closed Loop Ground-Coupled Heat Pump Systems*. Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc.

CHAHLA, A. (2005). *Interférence thermique entre les puits verticaux d'un système de pompes à chaleur géothermiques*, M.Ing. Département de Génie Mécanique, École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

CHIASSEON, A.C., REES, S.J., SPITLER, J.D. (2000). A preliminary assessment of the Effects of Ground-Water Flow on Closed-Loop Ground-Source Heat Pump Systems. *ASHRAE Transactions*, 106(1), 380-393.

DEERMAN, P.E., KAVANAUGH, S.P. (1991). Simulation of Vertical U-Tube Ground-Coupled Heat Pump Systems Using the Cylindrical Heat Source Solution. *ASHRAE Transactions: Research*, 97(1), 287-294.

ESKILSON, P. (1987). *Thermal Analysis of Heat Extraction Boreholes*. Doctoral Thesis. Lund Institute of Technology, Sweden.

GEHLIN, S. (2002). *Thermal Response Test: Method Development and Evaluation*, Doctoral Thesis. Luleå Institute of Technology, Sweden.

HELLSTRÖM, G. (1989). *Ground Heat Storage: Duct Ground Heat Storage Model - Manual for Computer Code*. University of Lund, Sweden.

INGERSOLL, L. R., ADLER, F.T., PLASS, H.J., INGERSOLL, A.C. (1950). Theory of the Earth Heat Exchangers for the Heat Pump, *Heating, Piping & Air Conditioning*, 22(5), 113-122.

INGERSOLL, L.R., PLASS, H.J. (1948). Theory of the Ground Pipe Heat Source for the Heat Pump, *Heating, Piping & Air Conditioning*, 20(7), 119-122.

INGERSOLL, L.R., ZOBEL, O.J., INGERSOLL, A.C. (1954). *Heat Conduction with Engineering, Geological, and Other Applications*. Madison: The University of Wisconsin Press.

KAVANAUGH, P.K., RAFFERTY, K. (1997). *Ground-Source Heat Pumps – Design of Geothermal Systems For Commercial and Institutional Buildings*. Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc.

KLEIN, S.A., BECKMAN, W.A. MITCHELL, J.W., DUFFIE, J.A., DUFFIE, N.A., FREEMAN, T.L., MITCHELL, J.C., BRAUN, J.E., EVANS, B.L., KUMMER, J.P., URBAN, R.E., FIKSEL, A., THORNTON, J.W., BLAIR, N.J., WILLIAMS, P.M., BRADLEY, D.E., McDOWELL, T.P., KUMMERT, M., ARIAS, D.A. (2004). *TRNSYS Manual: A transient system simulation program, Version 16 for Windows*. Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin.

KLEIN, S.A. (2006). *Engineering Equation Solver (EES). f-chart software*. Madison, Wisconsin.

LAMARCHE, L. BEAUCHAMP, B. (2007a). A Fast Algorithm for the Simulation of GCHP Systems. *ASHRAE Transactions*, 113(1), Paper DA-07-050.

LAMARCHE, L. BEAUCHAMP, B. (2007b). A New Contribution to the Finite Line-Source Model for Geothermal Boreholes. *Energy and Buildings*, 39(2007), 188-198.

PINEL, P. (2003). *Amélioration, validation et implémentation d'un algorithme de calcul pour évaluer le transfert thermique dans les puits verticaux de systèmes de pompes à chaleur géothermiques*. M.A.Sc., Département de Génie Mécanique. École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

SUTTON, M.G., COUVILLON, R.J., NUTTER, D.W., DAVIS, R.K. (2002a). An algorithm for Aproximating the Performance of Vertical Bore Heat Exchangers Installed in a Stratified Geological Regime. *ASHRAE Transactions*, 108(2), 177-184.

SUTTON, M.G., NUTTER, D.W., COUVILLON, R.J., DAVIS, R.K. (2002b). Comparison of Multilayer Borefield Design Algorithm (MLBDA) to Available GCHP Benchmark Data. *ASHRAE Transactions*, 108(2), 82-87.

WIKIPEDIA (2007). L'encyclopédie libre [en ligne]. Consulté le 24 mars 2007, tiré de www.wikipedia.org.

YAVUZTURK, C. (1999). *Modeling of Vertical Ground Loop Heat Exchangers for Ground Source Heat Pumps Systems*. Doctoral Thesis. Oklahoma State University, U.S.A.

YAVUZTURK, C., SPITLER, J.D. (1999). A Short Time Step Response Factor Model for Vertical Ground Loop Heat Exchangers. *ASHRAE Transactions*, 105(2), 475-485.

ZENG, H.Y., DIAO, N.R., FANG, Z.H. (2002). A Finite Line-Source Model for Boreholes in Geothermal Heat Exchangers. *Heat Transfer-Asian Research*, 31(7), 558-567.

ANNEXE A

SUPERPOSITION SPATIALE

La superposition spatiale est couramment utilisée pour évaluer les performances des champs munis de plusieurs puits géothermiques. Cette technique consiste à évaluer l'impact d'un puits à la fois sur le champ de puits. Chaque puits produit une augmentation ou une diminution de la température du sol qui est proportionnelle à la distance radiale du puits. Plus un endroit du sol est loin du puits, plus l'impact de ce puits est faible. L'impact (i.e. l'augmentation ou la diminution de température) de chacun des puits est ensuite superposé afin de connaître l'impact du champ en entier sur le sol. Ce calcul est effectué avec l'équation suivante :

$$\theta_{j, champ} = \theta_{b-j} + \sum_{i=1, i \neq j}^{n_b} \theta_{i-j} \quad (A.1)$$

où

$\theta_{j, champ}$ est la différence entre la température du sol non perturbé et la température à la paroi du puits j causée par tous les puits du champ (°C)

θ_{b-j} est la différence de température à la paroi du puits j causée par le puits j lui-même (°C)

θ_{i-j} est la différence de température à la paroi du puits j causée par le puits i (°C)

n_b est le nombre de puits dans le champ

Cette technique permet d'évaluer l'impact de plusieurs puits dans un champ de façon moins complexe que si on considère tous les puits d'un seul coup lors de la simulation.

ANNEXE B

FONCTION D'ERREUR COMPLÉMENTAIRE ERFC(X)

La fonction d'erreur complémentaire, telle que montrée à la Figure B.1, est définie avec l'intégrale suivante :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (\text{B.1})$$

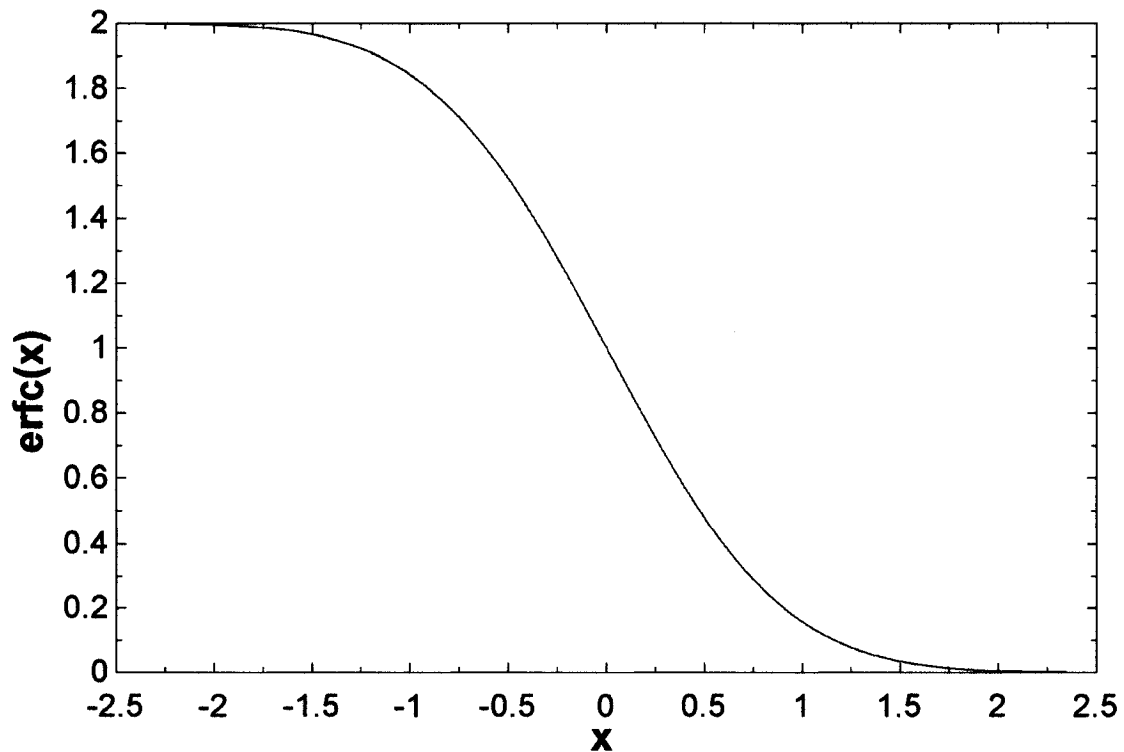


Figure B.1 Fonction d'erreur complémentaire erfc(x)

Cette fonction est utilisée à plusieurs reprises dans les équations 2.1 à 2.3. La résolution de la fonction d'erreur complémentaire $\operatorname{erfc}(x)$ est disponible dans la

librairie MSIMSLMS de FORTRAN. Il faut donc inclure cette librairie au code avant d'utiliser cette fonction.

Dans l'implémentation du code, la fonction $\text{erfc}(x)$ disponible dans cette librairie n'est pas utilisée pour toutes les valeurs de x , car il a été noté que le temps d'exécution est extrêmement long pour des valeurs élevées de x . Une analyse approfondie de ce qui pouvait causer ces temps d'exécution très longs montre que FORTRAN prend longtemps à évaluer la fonction $\text{erfc}(x)$ pour des valeurs de x faisant tendre la fonction vers 0, donc pour $x > 2$ (voir la Figure B.1). Dans les deux cas où la fonction $\text{erfc}(x)$ est appelée, x n'est jamais négatif et la fonction $\text{erfc}(x)$ n'aura donc jamais à être évaluée pour des valeurs de $x < -2$ où il y a également une asymptote susceptible de créer des problèmes au niveau du temps d'exécution.

Afin de réduire le temps d'exécution, une approximation de la fonction $\text{erfc}(x)$ est utilisée pour les valeurs de $x > 2$. La fonction $\text{erfc}(x)$ devient donc :

$$\text{erfc}(x) \approx 56.56 \times e^{-4.7x} \quad x > 2 \quad (\text{B.2})$$

Le coefficient de corrélation R^2 obtenu avec cette approximation est de 0,9998. L'erreur due à cette approximation sur la valeur de θ calculée pour un champ de 32 puits (8x4) opérant durant 45 jours (0,125 an) est de 0,00255°C, ce qui est tout à fait raisonnable.

ANNEXE C

PROFILS DE CHARGES THERMIQUES AU SOL UTILISÉS POUR LES SIMULATIONS

Deux profils de charges thermiques au sol différents, symétrique et asymétrique, sont utilisés pour les simulations effectuées dans le cadre de ce mémoire. Ces profils de charges synthétiques, suggérés par Pinel (2003), sont générés à partir de l'équation C.1. Le profil symétrique simule une charge qui est sensiblement égale en mode chauffage et en mode climatisation, alors que le profil asymétrique simule une charge qui est plus grande en mode climatisation qu'en mode chauffage. Les Figures C.1 et C.2 montrent ces 2 profils, tels qu'utilisés dans ce travail.

$$Q(t) = q_1 \times q_2 + (-1)^{FL} |q_1 \times q_2| + D \times (-1)^{FL} \times SN \quad (C.1)$$

où

$$q_1 = A \times \sin\left(\frac{\pi \times (t - B)}{12}\right) \times \sin\left(\frac{F \times \pi \times (t - B)}{8760}\right) \quad (C.2)$$

$$q_2 = \frac{168 - C}{168} + \sum_{i=1}^3 \frac{\left(\cos\left(\frac{i \times \pi \times C}{84}\right) - 1\right) \times \sin\left(\frac{i \times \pi \times (t - B)}{84}\right)}{i \times \pi} \quad (C.3)$$

$$FL = \text{floor}\left(\frac{F \times (t - B)}{8760}\right) \quad \text{floor} = \text{arrondi inférieur} = \text{partie entière} \quad (C.4)$$

$$SN = \text{signum}\left(\cos\left(\frac{F \times \pi \times (t + G)}{4380}\right) + E\right) \quad (C.5)$$

signum = (1 positif, -1 négatif)

Les paramètres A à G permettent de générer une infinité de profils. Les paramètres utilisés sont les suivants :

A = amplitude (2000)

B = 1000 asymétrique, 2190 symétrique

C = 80

D = 0,01

E = 0,95

F = 4/3 asymétrique, 2 symétrique

G = 2190 symétrique, 0 asymétrique

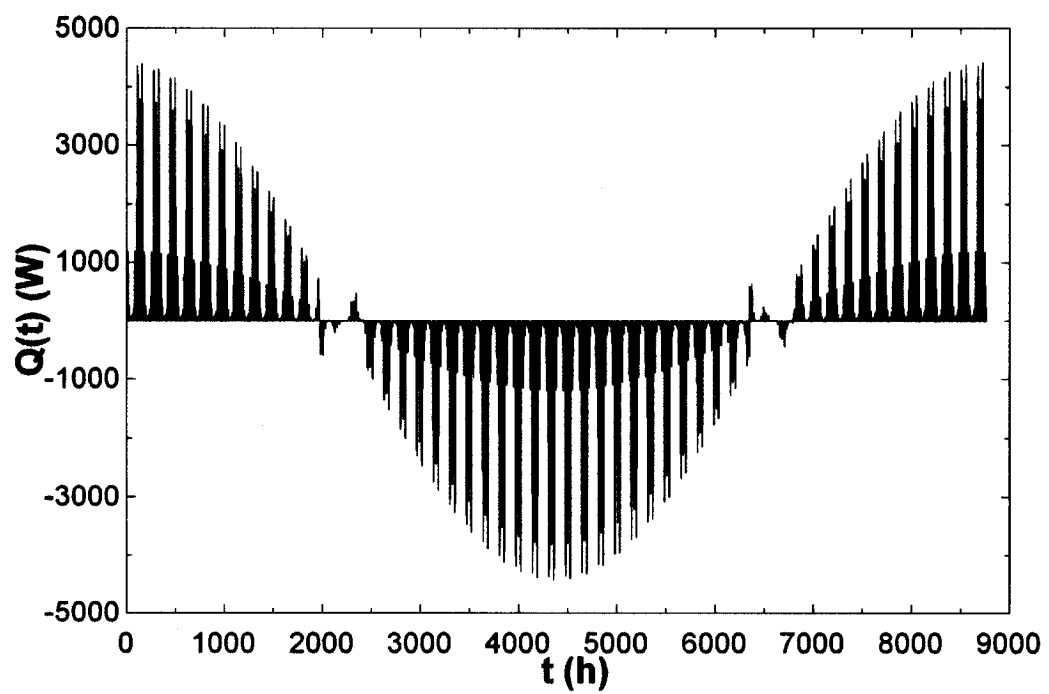


Figure C.1 Profil de charges thermiques au sol symétrique

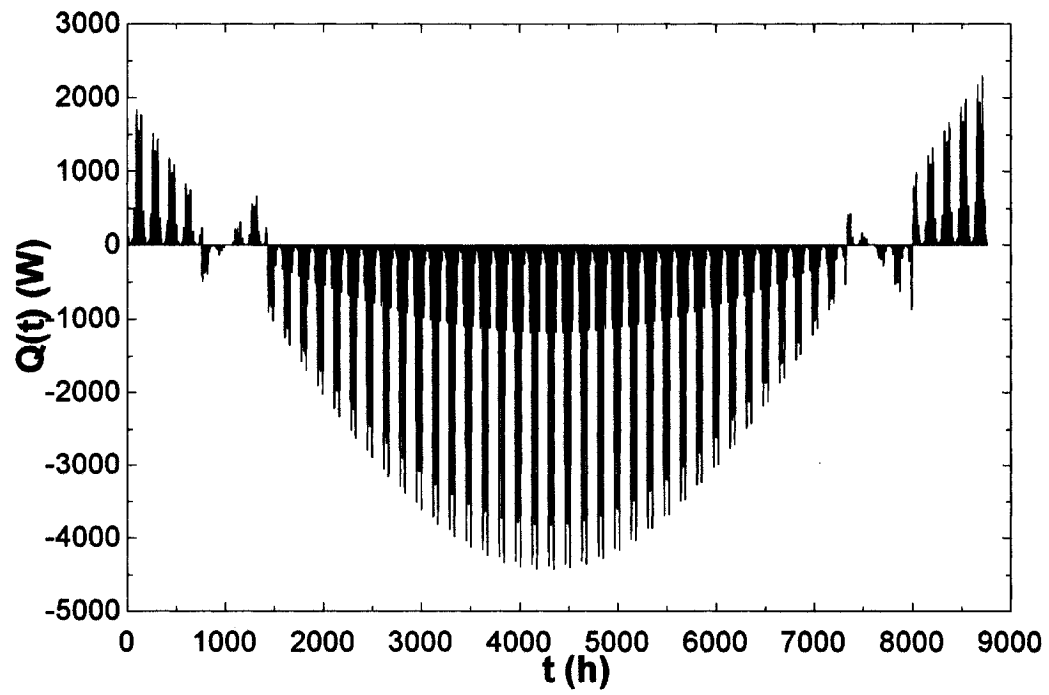


Figure C.2 Profil de charges thermiques au sol asymétrique

ANNEXE D

CHARGES UTILISÉES POUR LES SIMULATIONS

Les charges par unité de longueur (Q en W/m) utilisées pour générer les graphiques de distribution de température de la section 3.5 pour des champs de 2 (2x1), 3 (3x1), 32 (8x4) et 100 (10x10) puits sont présentées aux tableaux D.1 à D.4.

Tableau D.1 Charges utilisées pour le champ de 2 puits (2x1)

Puits #	1	2
1	22	11

Tableau D.2 Charges utilisées pour le champ de 3 puits (3x1)

Puits #	1	2	3
1	22	11	44

Tableau D.3 Charges utilisées pour le champ de 32 puits (8x4)

Puits #	1	2	3	4	5	6	7	8
1	22	11	44	5	36	51	59	22
2	11	44	5	36	51	59	22	11
3	44	5	36	51	59	22	11	44
4	5	36	51	59	22	11	44	5

Tableau D.4 Charges utilisées pour le champ de 100 puits (10x10)

Puits #	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	22	11	44	5	36	51	59	22	11	44
2	5	36	51	59	22	11	44	5	36	51
3	59	22	11	44	5	36	51	59	22	11
4	44	5	36	51	59	22	11	44	5	36
5	51	59	22	11	44	5	36	51	59	22
6	11	44	5	36	51	59	22	11	44	5
7	36	51	59	22	11	44	5	36	51	59
8	22	11	44	5	36	51	59	22	11	44
9	5	36	51	59	22	11	44	5	36	51
10	59	22	11	44	5	36	51	59	11	36

L'amplitude (paramètre *A* à l'annexe C) des profils de charges utilisés pour effectuer la simulation horaire et pour générer les graphiques de distribution de température de la section 3.8 pour le champ de 32 puits (8x4) est présentée au tableau D.5.

Tableau D.5 Amplitude des profils de charges utilisé pour le champ de 32 puits (8x4)

Puits #	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2000	1000	4000	3200	1500	2000	1000	4000
2	3200	1500	2000	1000	4000	3200	1500	2000
3	1000	4000	3200	1500	2000	1000	4000	3200
4	1500	2000	1000	4000	3200	1500	2000	1000

ANNEXE E

VÉRIFICATION DE L'IMPACT DE LA VARIATION DE LA PROFONDEUR D SUR LA RÉPONSE EN TEMPÉRATURE

Eskilson (1987) prétend que la profondeur D utilisée pour le calcul de la différence des facteurs de réponse n'a pas d'impact significatif sur le résultat. Il a effectué une analyse de sensibilité sur ce paramètre en le faisant varier de 2 à 8 m et a observé que la différence était de moins de $0,1^{\circ}\text{C}$ (Eskilson ne le précise pas, mais nous assumons que cette valeur correspond au régime permanent).

Cette analyse de sensibilité est reprise à l'aide de la méthodologie développée dans la présente étude. L'équation présentée par Zeng et *al.* (2002) est utilisée au lieu de celle présentée par Lamarche et Beauchamp (2007b) afin de pouvoir faire varier D . L'analyse porte sur un seul puits et sur des champs de 32 puits (8x4) avec des ratios B/H de 0,05, de 0,1 et de 0,2 en régime permanent. Les valeurs utilisées pour ces simulations sont présentées au Tableau E.1. Quoique Eskilson ne précise pas quelles valeurs il a utilisées pour tirer ses conclusions, les valeurs présentées dans ce tableau sont celles qu'il a utilisées pour effectuer la majorité de ses simulations.

Tableau E.1 Paramètres utilisés pour la vérification de l'impact de la variation de la profondeur D

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé dans le sol par unité de longueur	22 W/m
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r Rayon du puits	0,055 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur du puits	110 m

Noter que Q et k ont été choisis de façon à ce que $Q/2\pi k=1$.

Le Tableau E.2 présente les résultats obtenus.

Tableau E.2 Variation de la différence de température θ en régime permanent en fonction de la profondeur D

D	θ_i (°C)			
i	1 puits	32 puits (8 X 4) (B/H=0,05)	32 puits (8 X 4) (B/H=0,1)	32 puits (8 X 4) (B/H=0,2)
0	6.58	43.27	28.05	16.98
1	6.63	43.85	28.45	17.23
2	6.65	44.38	28.83	17.46
3	6.68	44.88	29.19	17.68
4	6.70	45.35	29.53	17.89
5	6.71	45.78	29.86	18.1
6	6.73	46.19	30.17	18.3
7	6.75	46.58	30.47	18.49
8	6.76	46.95	30.76	18.68
$\theta_8 - \theta_0$ (°C)	0.18	3.68	2.71	1.70
$\theta_8 - \theta_0$ (%)	2.67%	8.50%	9.66%	10.01%
$\theta_8 - \theta_2$ (°C)	0.11	2.57	1.93	1.22
$\theta_8 - \theta_2$ (%)	1.58%	5.79%	6.69%	6.99%

On remarque que la différence $\theta_8 - \theta_2$ pour un seul puits est bien de 0,1°C, telle que calculée par Eskilson. Cependant, on remarque également que si on compare la valeur de θ calculé pour $D=8$ m à celle calculée pour $D=0$ m, cette différence est plus élevée. Pour un champ de 32 puits (8x4), la différence est encore plus élevée pouvant aller jusqu'à 10%. L'impact de la profondeur D devient important lorsque le nombre de puits augmente.

ANNEXE F

COMPARAISON DES RÉSULTATS DE ESKILSON AVEC CEUX DE LA SCI AYANT UNE TEMPÉRATURE CONSTANTE COMME CONDITION FRONTIÈRE

Les résultats obtenus avec la relation 1.6 pour la source cylindrique infinie (SCI) avec condition frontière de température constante à la paroi du puits ont été comparés avec ceux obtenus par Eskilson (1987) puisque ces deux méthodes ont la même condition frontière, contrairement aux autres méthodes décrites dans ce mémoire. Le tableau F.1 présente les paramètres utilisés pour cette simulation et la Figure F.1 présente les résultats obtenus.

Tableau F.1 Paramètres utilisés pour la comparaison des résultats de Eskilson avec la SCI (avec condition frontière de température constante)

Paramètres et description	Valeurs
Q Taux de transfert de chaleur puisé dans le sol par unité de longueur	22 W/m
k Conductivité thermique du sol	3,5 W/m·°C
r_b Rayon du puits	0,05 m
α Diffusivité thermique du sol	$1,62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
H Profondeur du puits	100 m

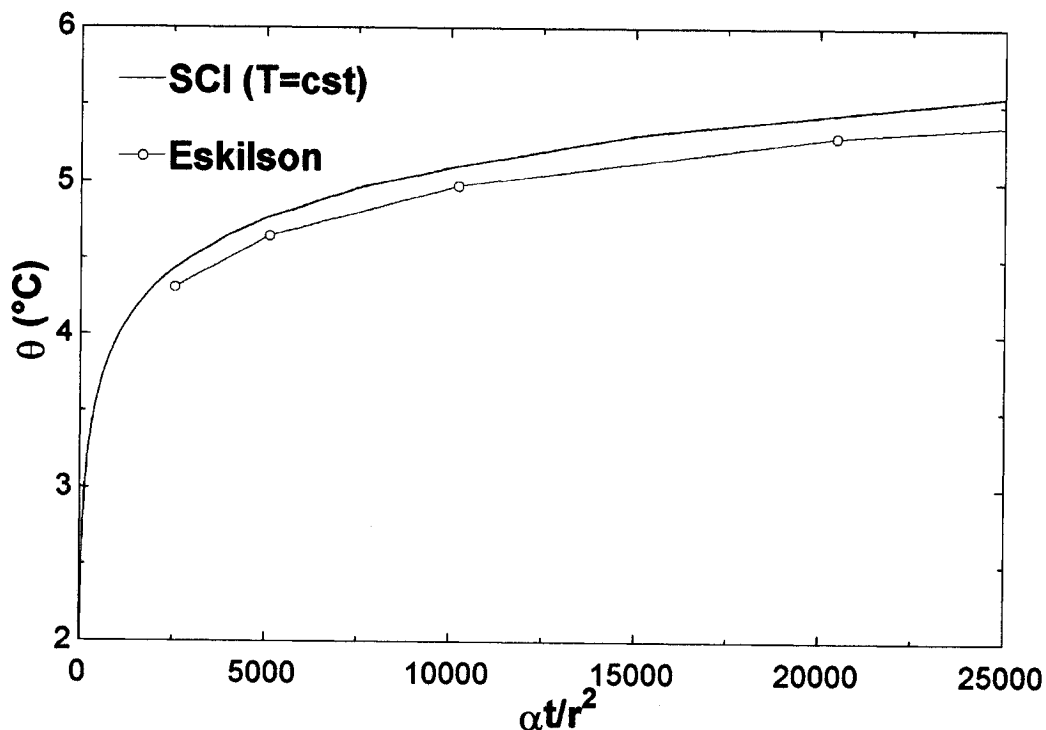


Figure F.1 Comparaison de l'équation pour la source cylindrique infinie avec condition frontière de température constante (SCI (T=cst)) avec les « g-fonctions » de Eskilson pour un seul puits

La différence entre les deux courbes est d'environ 0,1°C pour une installation typique. Cette différence peut s'expliquer par le fait que Eskilson tient compte des effets axiaux en plus des effets radiaux. Des simulations avec des valeurs plus élevées de H ont été effectuées afin de se rapprocher d'une source de longueur infinie, mais les résultats ne se sont pas révélés concluants. En effet, les « g-fonctions » de Eskilson ont été établies pour un ratio r_b/H de 0,0005. Eskilson présente une équation afin de connaître θ pour différents ratios, mais cette équation introduit une erreur considérable pour des grandes variations de ce ratio.

Aussi, Ingersoll et *al.* (1954) précisent que la méthode de la source cylindrique avec un taux de transfert de chaleur constant est la solution exacte. Cependant, ils ne donnent aucune indication quant à la précision de la relation donnée ci-dessus.